

Physique DM n°1

*le 16 septembre 2024
calculatrice interdite*

La présentation, la lisibilité, l'orthographe, la qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements entreront pour une part importante dans l'appréciation des copies. En particulier, les résultats non justifiés ne seront pas pris en compte. Les candidats sont invités à encadrer les résultats de leurs calculs.

I Filtrage d'une onde modulée en amplitude

I.1 Etude d'un filtre

On considère le filtre représenté figure 1, où l'ALI est supposé idéal et en régime linéaire quelle que soit la fréquence.

La tension fournie par le générateur placé en entrée s'écrit : $v_e(t) = V_{em} \cos(\omega t + \varphi_e)$

On notera la tension de sortie $v_s = V_{sm} \cos(\omega t + \varphi_s)$.

L'étude mathématique du filtre sera effectuée en utilisant les notations complexes \underline{v}_e et \underline{v}_s pour ces deux tensions.

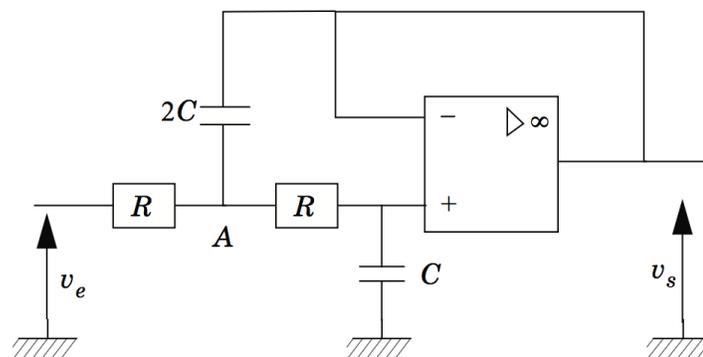


FIGURE 1 – Filtre

I.1.a Analyse qualitative

1. Comment se comporte un condensateur en basse fréquence (si $\omega \rightarrow 0$) ? Représenter le circuit en basse fréquence.
2. Même question dans le cas d'une haute fréquence ($\omega \rightarrow \infty$).
3. En déduire la nature du filtre.

I.1.b Analyse quantitative

On peut montrer que la fonction de transfert du filtre $\underline{H}(j\omega) = \underline{v}_s/\underline{v}_e$ s'écrit

$$\underline{H} = \frac{1}{1 - \frac{\omega^2}{\omega_0^2} + 2j\lambda \frac{\omega}{\omega_0}}$$

avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{2}RC}$ et $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}}$

4. Cette fonction est-elle compatible avec l'analyse qualitative du montage ?
5. Cette fonction est-elle celle d'un système stable ? Justifier.
6. Comment s'exprime l'amplitude V_{sm} du signal de sortie en fonction de l'amplitude V_{em} du signal d'entrée ? Quelles grandeurs électriques faut-il donc relever expérimentalement pour déterminer $|\underline{H}|$? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser ?
7. Comment s'exprime la phase φ_s du signal de sortie en fonction de la phase φ_e du signal d'entrée ?
8. Quelles grandeurs électriques faut-il relever expérimentalement pour déterminer $|\underline{H}|$? Quel(s) appareil(s) peut-on utiliser pour mesurer $\arg(\underline{H})$?
9. Montrer que $|\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega^4}{\omega_0^4}}}$.
10. Tracer le diagramme de Bode en gain et en phase en précisant soigneusement les asymptotes en haute et basse fréquence, la ou les pulsation(s) de coupure à -3dB ainsi que la valeur de la phase pour $\omega = \omega_0$.

I.2 Modulation

L'image électrique du signal audio à transporter est appelé signal modulant. Ces signaux hertziens audio s'étalent sur la plage de fréquence $f_{m1} = 300 \text{ Hz} \leq f_m \leq f_{m2} = 4,50 \text{ kHz}$. Cette plage est légèrement plus étroite que celle de l'ensemble des signaux audibles, mais elle permet de transmettre les signaux audio avec une qualité suffisante.

11. On peut montrer que la réception d'une onde électromagnétique nécessite une antenne dont la dimension caractéristique est une demi longueur d'onde. Quelle devrait être la taille d'une antenne permettant la réception des signaux audio considérés ? Commenter.

Le signal modulant est supposé de la forme $e(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$ et le signal porteur $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$ où f_p est la fréquence du signal porteur et $f_m \ll f_p$ la fréquence du signal modulant. Le signal modulé en amplitude est de la forme

$$s(t) = A_p [1 + m \cos(2\pi f_m t)] \cos(2\pi f_p t)$$

où m est un réel $0 < m < 1$.

12. Représenter sur un graphe l'allure du spectre de $s(t)$.
13. On a réalisé en laboratoire l'enregistrement d'un signal modulé. Le résultat est donné en annexe (annexe 2). Déterminer les valeurs de f_m , f_p , m et préciser les expressions particulières de $s(t)$ repérées sur le graphe par un point d'interrogation.

I.3 Démodulation

On admet que l'on dispose à la réception du signal modulé d'un oscillateur local synchronisé délivrant le signal $p(t) = A_p \cos(2\pi f_p t)$ identique au signal porteur utilisé à l'émission. La figure ci-dessous (fig 2) représente le principe de fonctionnement du circuit de démodulation situé après l'antenne réceptrice.

Un multiplicateur de constante k délivre une tension de sortie $v_s(t) = kv_1 v_2$ si v_1 et v_2 sont les deux tensions d'entrée.

14. Donner l'expression du signal $s'(t)$ obtenu à la sortie du multiplicateur et représenter le spectre de ce signal.

Le filtre passe-bas (1) a une fréquence de coupure f_{c1} telle que $f_m < f_{c1} < f_p$ et le filtre passe-bas (2) une fréquence de coupure $f_{c2} < f_m$. On considérera dans un premier temps que les filtres sont parfaits, c'est à dire

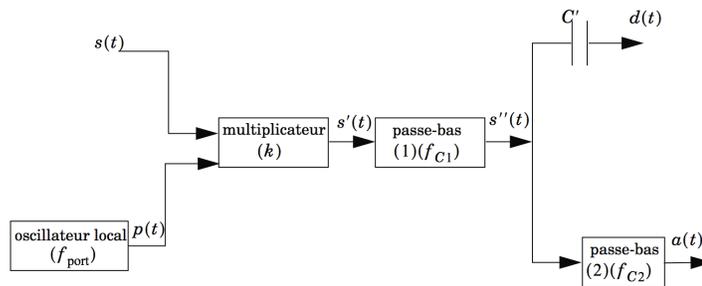


FIGURE 2 – Démodulation

que chaque filtre admet un gain $|H| = 1$ pour les fréquences inférieures à sa fréquence de coupure et un gain nul pour toute fréquence supérieure à sa fréquence de coupure.

15. Exprimer le signal $s''(t)$ et donner son spectre.

16. On souhaite, uniquement pour cette question, utiliser le filtre étudié dans la première partie pour réaliser le filtre (1). Le cahier des charges impose une atténuation de 80 dB pour les signaux de fréquence $2f_p$ par rapport aux signaux continus.

Justifier cette contrainte et calculer ω_0 et R lorsque $C = 1,00$ nF et $f_p = 185$ kHz.

17.a A quoi sert le condensateur de capacité C' représenté sur le schéma-bloc ? Donner l'expression du signal $d(t)$ et son spectre.

17.b Exprimer le signal $a(t)$ obtenu à la sortie du filtre (2).

17.c Montrer que finalement l'analyse des signaux $a(t)$ et $d(t)$ permet de reconstituer le signal modulant, sachant que la modulation a été réalisée à partir du montage suivant :

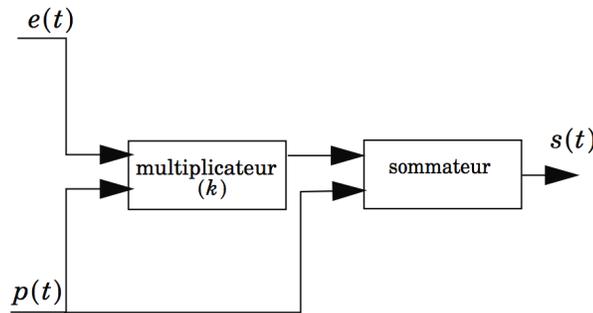


FIGURE 3 – Modulation

Aide au calcul : $\frac{2,7}{1,6} \approx 1,7$; $\frac{0,7}{2,7} \approx 0,26$; $\frac{1}{74\pi\sqrt{2}} \approx 3,04 \cdot 10^{-3}$

Aide au calcul

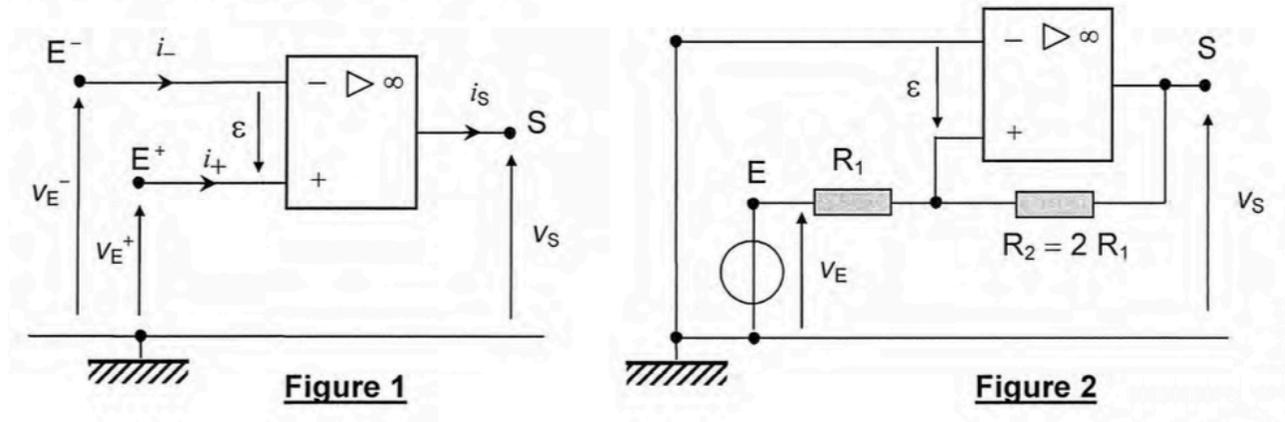
$$\frac{3}{1,73} = 1,73$$
 ; $\frac{16}{4,37} = 3,66$; $\left(\frac{1}{8\pi}\right)^2 = 1,6 \cdot 10^{-3}$

II - Générateur de signaux

Ce problème traite d'oscillateurs de relaxation, systèmes oscillants dont la sortie commute entre deux états.

Amplificateur linéaire intégré idéal

La représentation symbolique de l'amplificateur linéaire intégré idéal (ALI) et la notation adoptée sont précisées en figure 1, ci-dessous :



L'ALI est un amplificateur de différence, la tension de sortie v_S est proportionnelle à la tension différentielle d'entrée $\epsilon = v_E^+ - v_E^-$ entre les tensions appliquées respectivement aux entrées non inverseuse E^+ et inverseuse E^- , soit $v_S = A(v_E^+ - v_E^-)$. Le coefficient A est l'amplification différentielle, il dépend de la fréquence du signal d'entrée et sa valeur en régime continu est notée A_d . La valeur absolue de la tension de saturation en sortie vaut : $V_{SAT} = 15$ V.

A1. Rappeler les hypothèses de l'ALI idéal.

A2. Préciser ses deux régimes de fonctionnement et les conditions sur ϵ et v_S associées. Expliquer comment les reconnaître simplement, en visualisant à l'oscilloscope simultanément les signaux d'entrée et de sortie du montage.

B - Comparateur à hystérésis

Stabilité du montage

Considérons le montage de la figure 2 ci-dessus. Dans son comportement intrinsèque, l'ALI est un système linéaire du premier ordre. La tension de sortie v_S de l'ALI est liée à la tension différentielle d'entrée ϵ par une équation différentielle linéaire du premier ordre qui s'écrit :

$$\tau \frac{dv_S(t)}{dt} + v_S(t) = A_d \epsilon(t)$$

où $\tau = 10^{-2}$ s : constante de temps de l'ALI ;
 $A_d = 10^5$: coefficient d'amplification statique (ou gain en régime continu).

B.1 Établir l'équation différentielle linéaire du premier ordre à laquelle obéit $v_S(t)$ en fonction de A_d , τ et $v_E(t)$. Le système est-il stable ou instable ? En déduire le mode de fonctionnement de l'ALI.

B.2 Évaluer numériquement la constante de temps τ_B caractéristique de l'évolution de $v_S(t)$. Commenter.
 Pour la suite, on considère le modèle de l'ALI idéal.

Description du cycle d'hystérésis

B.3 Justifier qu'il y a basculement à $\pm V_{sat}$ pour deux valeurs seuils de v_E à préciser.

B.4 La tension d'entrée est sinusoïdale de pulsation ω et d'amplitude $V_{EM} = 15$ V. Compléter la caractéristique statique de transfert $v_S = f(v_E)$ du montage, fournie sur le document-réponse. Préciser le sens d'orientation du cycle obtenu. Justifier le nom donné au montage : « comparateur non inverseur à hystérésis ».

C - Intégrateur inverseur

ALI idéal

L'ALI idéal fonctionne en régime linéaire selon le montage proposé sur la figure 3, ci-dessous :

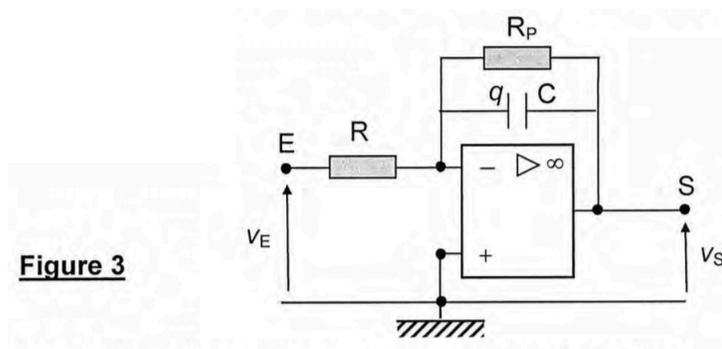


Figure 3

C.1 Donner, sans effectuer de calcul, la nature du filtre ainsi constitué. Quelle opération réalise-t-il à basse fréquence ?

C.2 Déterminer la fonction de transfert $\underline{H}(j\omega) = v_S/v_E$ de ce filtre pour un signal d'entrée $v_E(t)$ sinusoïdal, de pulsation ω ; préciser sa pulsation de coupure ω_c .

C.3 Représenter l'allure asymptotique des courbes de gain $G_{dB} = 20 \log(|\underline{H}|)$ et de déphasage entrée-sortie $\varphi = \arg(\underline{H})$ en fonction de $\log(\omega/\omega_c)$.

La condition initiale sur la charge électrique est telle que : $v_S(0) = \frac{E_0 T}{4RC}$.

C.4 Rechercher dans quel domaine de pulsation le montage de la figure 3 réalise une intégration et une inversion du signal d'entrée. Placer ce domaine sur les graphes obtenus en C3.

La tension alternative d'entrée est un créneau, de période T et d'amplitude E_0 , dont la décomposition en série de Fourier s'écrit :

$$v_E(t) = \frac{4E_0}{\pi} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\sin[(2p+1)\omega t]}{2p+1}$$

C.5 Déterminer la tension de sortie $v_{S_n}(t)$ pour la composante $v_{E_n}(t)$ d'ordre $n = 2p + 1$ du signal d'entrée dans son domaine d'intégration.

C.6 En déduire que le signal de sortie $v_S(t)$ admet la décomposition en série de Fourier :

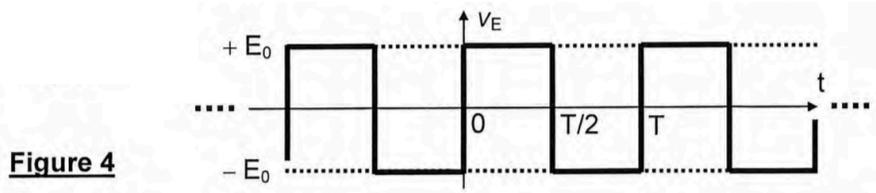


Figure 4

$$v_S(t) = B \sum_{p=0}^{\infty} \frac{\cos[(2p + 1)\omega t]}{(2p + 1)^2}$$

Préciser l'expression de B en fonction de E_0 , R , C et ω . Décrire la forme du signal de sortie $v_S(t)$. Représenter, sur le chronogramme 1 du document-réponse, l'évolution de $v_S(t)$ pour $R_p = 10R$ et $T = 2RC$.

D - Génération de signaux périodiques

Les ALI du montage suivant (figure 5) sont supposés idéaux.

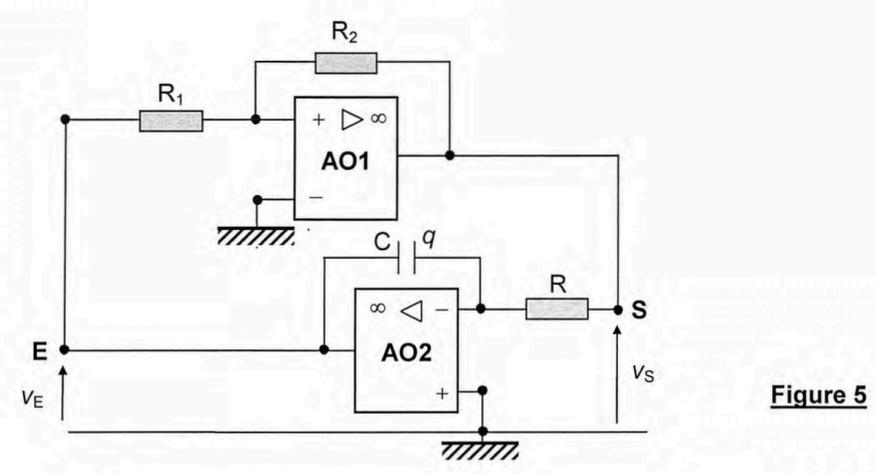


Figure 5

D.1 Identifier les fonctions réalisées par chacun des montages associés à chacun des amplificateurs opérationnels AO1 et AO2. Expliquer pourquoi le dispositif est qualifié d'«astable».

La condition initiale imposée est $q(t = 0) = 0$. A cet instant, v_S bascule en saturation positive : $v_S(t = 0^+) = V_{sat}$. La saturation négative correspond à un signal de sortie $-V_{SAT}$.

D.2 Déterminer l'évolution de $v_E(t)$ au cours du temps en fonction de R , C , V_{SAT} et t . Pour quelle valeur de v_E et à quel instant t_0 le premier basculement de v_S vers $-V_{SAT}$ se produit-il ?

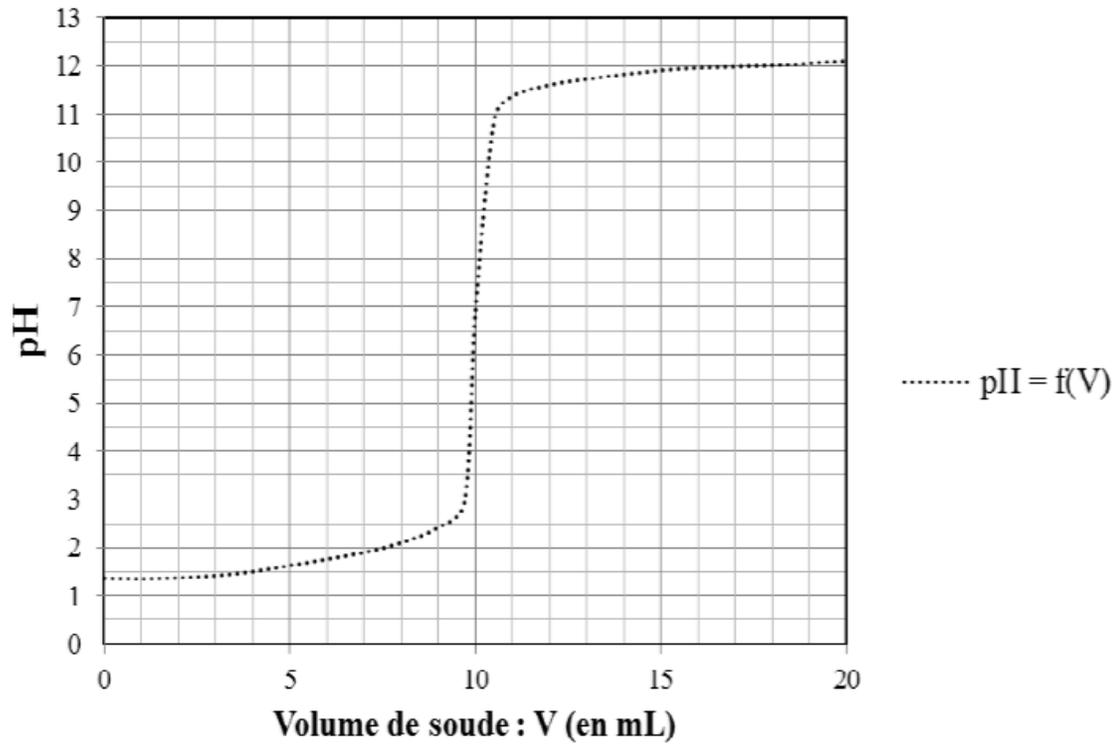
D.3 En choisissant t_0 comme origine des temps, déterminer la nouvelle évolution de $v_E(t)$. Pour quelle valeur de v_E le basculement de v_S en saturation positive se produit-il ? Quelle est la durée Δt_1 de la phase de saturation négative de v_S ? Quelle est la durée Δt_2 de la phase suivante correspondant à une saturation positive de v_S ? Exprimer la période T des oscillations en fonction de R , R_1 , R_2 et C .

D.4 Représenter, sur le chronogramme 2 du document-réponse, les évolutions de $v_S(t)$ et $v_E(t)$ au cours du temps, pour $R_2 = 2R_1$. Quels types de signaux sont générés par un tel dispositif ?

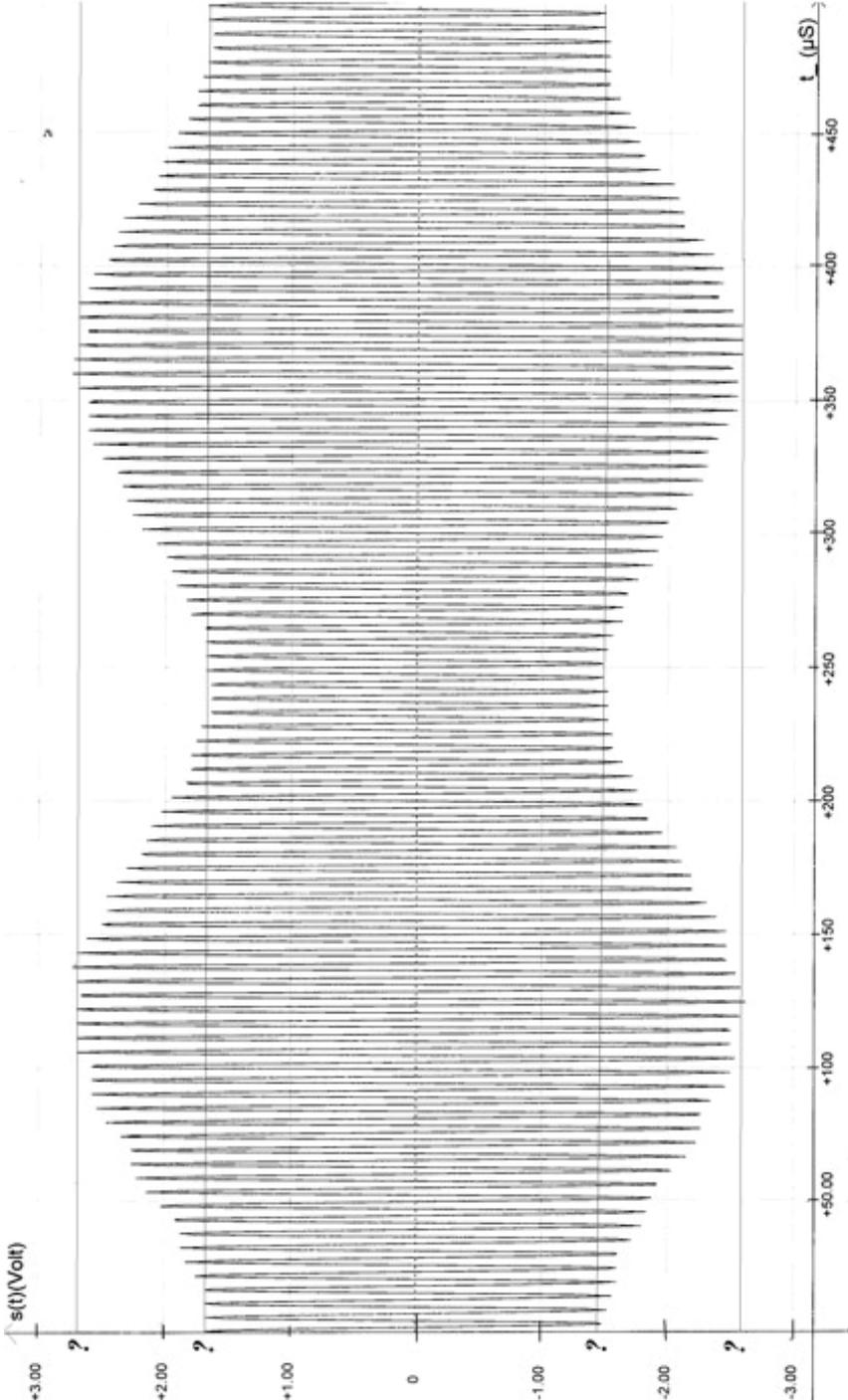
D.5 Compléter sur le document-réponse la caractéristique statique de transfert $v_S = f(v_E)$ du montage. Préciser le sens d'orientation du cycle obtenu.

Nom :

Annexe 1

Evolution du pH lors du titrage d'une solution d'acide chlorhydrique (C_1) par de la soude (C)

Annexe 2

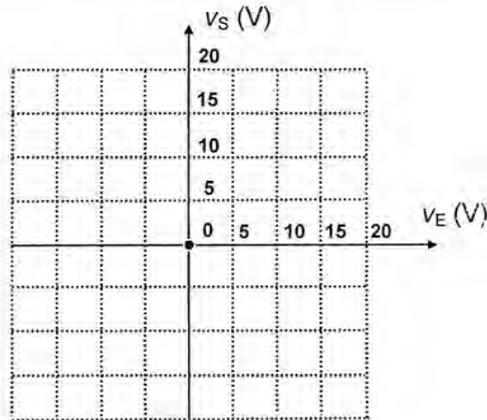


Nom :

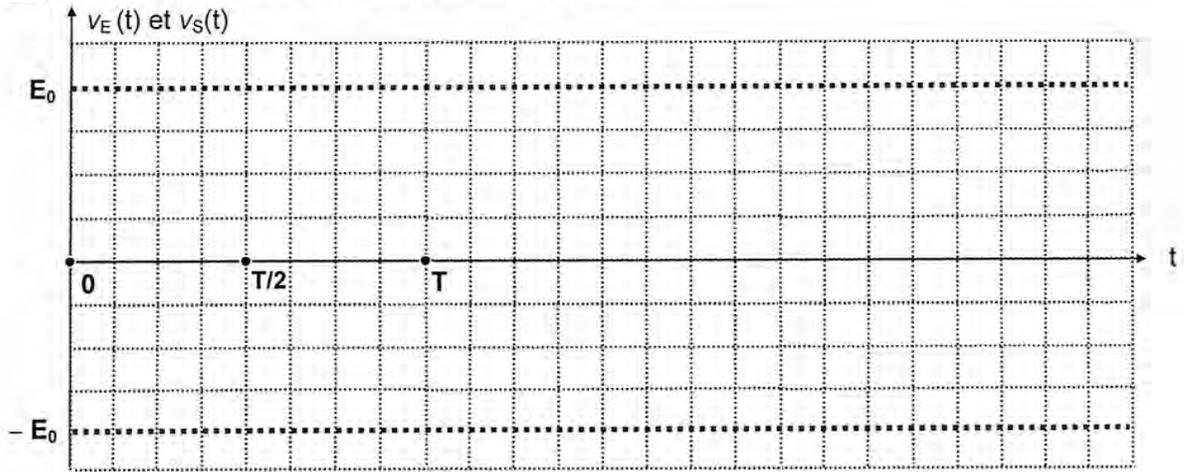
Document-réponse, à compléter et rendre avec la copie

B4. Caractéristique statique de transfert : cycle d'hystérésis

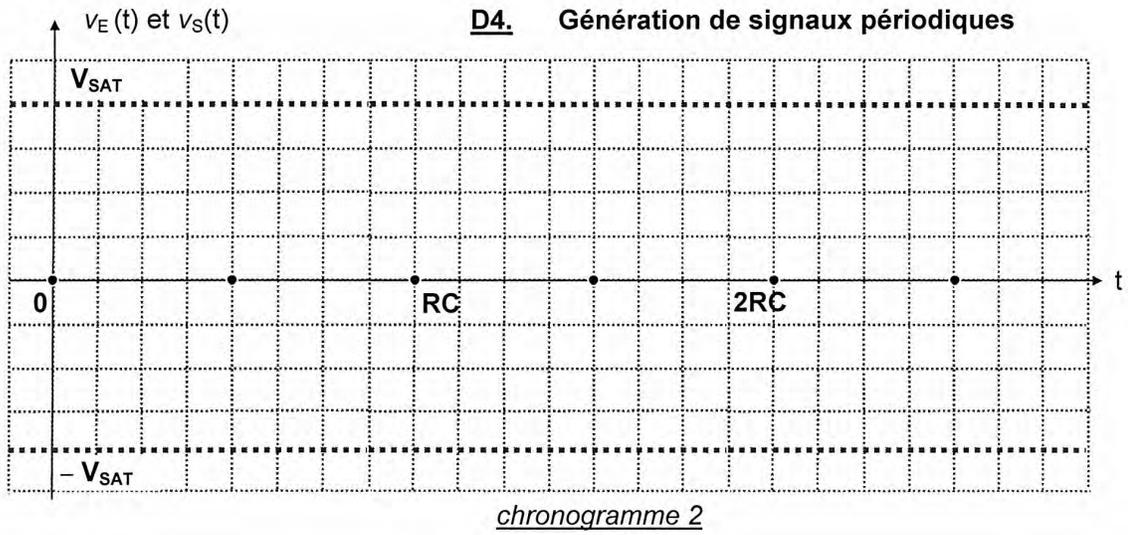
v_E : 5 V/division
 v_S : 5 V/division



C6. Intégrateur inverseur (schéma à compléter)



chronogramme 1



D5. Caractéristique statique de transfert : génération de signaux périodiques

v_E : 5 V/division
 v_S : 5 V/division

