Travaux dirigés 22

Machines thermiques sans changement de phase

Questions de cours

1. Pour un fluide en écoulement stationnaire dans un dispositif industriel, démontrer le premier principe des systèmes ouverts.
2. Dans un diagramme de Mollier, représenter : la courbe de saturation, une isenthalpe, une isentrope, une isobare, une isotherme, une isochore. Identifier les domaines : liquide, vapeur et mélange liquide-vapeur. Indiquer la position du point critique et identifier les courbes de rosée et d'ébullition.
3. Etablir l'équation des isobares et des isochores dans un diagramme de Mollier. Que pouvez-vous conclure ?
4. Dans un diagramme entropique, représenter : la courbe de saturation, une isenthalpe, une isentrope, une isobare, une isotherme, une isochore. Identifier les domaines : liquide, vapeur et mélange liquide-vapeur. Indiquer la position du point critique et identifier les courbes de rosée et d'ébullition.
5. Etablir l'équation des isobares et des isochores dans un diagramme entropique. Où se trouve le domaine du gaz parfait ? Justifier.
6. Dans un diagramme des frigoristes, représenter : la courbe de saturation, une isenthalpe, une isentrope, une isobare, une isotherme, une isochore. Identifier les domaines : liquide, vapeur et mélange liquide-vapeur. Indiquer la position du point critique et identifier les courbes de rosée et d'ébullition.
7. Montrer que la détente de Joule-Thomson est isenthalpique ? Que pouvez-vous en conclure si la vapeur est un gaz parfait ? Quel est le dispositif industriel qui réalise cette détente ?
8. Pour une tuyère idéale et calorifugée établir l'expression de la vitesse de sortie du fluide en fonction des pressions d'entrée et sortie et de la température d'entrée. On négligera la valeur de la vitesse d'entrée face à la vitesse de sortie du fluide.
Définir le rendement indiqué à l'isentropique pour une tuyère. Quels sont les effets de la création d'entropie sur l'écoulement ?
9. Exprimer le premier et le second principe des systèmes ouverts pour un fluide en écoulement stationnaire dans un dispositif à plusieurs entrées et plusieurs sorties. Donner un exemple de dispositif industriel nécessitant une telle écriture.
10. Donner les hypothèses classiques pour un échangeur thermique calorifugé dans lequel deux fluides s'écoulent à contre courant.
Si les deux fluides sont identiques et ont même débit massique, montrer que les températures en regard sont égales.
11. Compresseurs et turbines : montrer que dans le cas idéal, le travail indiqué est égal au travail de transvasement qu'on définira préalablement. Montrer que dans le cas non idéal, il faut fournir plus de travail indiqué à un fluide pour réaliser le même transvasement avec un compresseur. Quel est l'effet sur dans une turbine.

Niveau I

Exercice 1 ♦♦♦ : Premier et second principe des systèmes ouverts en régime stationnaire

1. Que doit-on modifier dans l'expression du premier principe des systèmes ouverts en régime stationnaire si la "machine" comporte plusieurs entrées et / ou plusieurs sorties ?
Donner un exemple en écrivant le théorème pour une machine à deux entrées et deux sorties de fluide avec les débits massiques de fluide entrants : D_{me1} et D_{me2} et les débit massiques de fluide sortants : D_{ms1} et D_{ms2}. Préciser les autres notations nécessaires.
2. Quels sont les termes que l'on peut souvent négliger dans l'expression du premier principe des systèmes ouverts en régime permanent ? Donner un contre-exemple pour chaque approximation lorsqu'elle n'est pas possible.
3. Dans le cas général d'un fluide s'écoulant dans une machine en régime stationnaire, quelle sont les origines possibles de l'irréversibilité et donc de la création d'entropie $s_{\text{créée}}$?
À quelle(s) condition(s) peut-on au contraire affirmer que ce terme est nul ?
4. Traduire le deuxième principe des systèmes ouverts en régime permanent. Représenter les deux possibilités d'évolution sur une courbe dans un diagramme de Mollier et les interpréter dans le cas où sont négligées les variations d'énergie cinétique et potentielle.
Qu'y a-t-il à modifier si la transformation subie par le fluide dans la machine est réversible ?

Exercice 2 ♦♦♦ : Compression réversible et irréversible

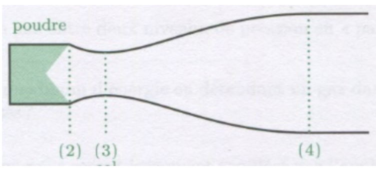
1. *Compresseur adiabatique réversible* :
Un gaz parfait à la température T_1 et à la pression P_1 est envoyé dans un compresseur adiabatique réversible. On donne $c_P = 1,00\,\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $\gamma = 1,40$; $P_1 = 1,00$ bar ; $T_1 = 288\,\text{K}$; taux de compression $\dfrac{P_2}{P_1} = 6,15$.
Calculer la température T_2 et le travail indiqué massique de compression.
2. *Compression irréversible (I)* :
Un gaz parfait subit une compression adiabatique irréversible de l'état 1 à l'état 2. Nous modélisons la compression irréversible par une transformation réversible, polytropique d'indice k, d'un gaz parfait. On donne $\gamma = 1,40$; $P_1 = 1,00$ bar ; $T_1 = 293\,\text{K}$; $P_2 = 8,30$ bar et $T_2 = 576\,\text{K}$.
Calculer le coefficient k. Conclure.
3. *Compression irréversible (II)* :
Un gaz parfait subit une compression adiabatique irréversible de l'état 1 à l'état 2. La compression irréversible est modélisée par une transformation réversible, polytropique d'indice k, d'un gaz parfait. On donne $c_P = 1,00\,\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $c_V = 0,714\,\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$; $P_1 = 1,00$ bar ; $T_1 = 293\,\text{K}$; $P_2 = 8,30$ bar et $T_2 = 576\,\text{K}$.
Représenter graphiquement q_f le transfert thermique massique du à l'irréversibilité (ou transfert thermique massique fictif).
Calculer l'entropie créée massique et q_f.

Exercice 3 ♦♦♦ : Mélangeur de douche

On étudie un mélangeur de douche parfaitement calorifugé. L'écoulement d'eau chaude, de débit D_1, provient d'un chauffe-eau à $T_1 = 65\,°\text{C}$. Celui d'eau froide, de débit D_2, est à la température $T_2 = 5\,°\text{C}$. La pression, identique pour les deux écoulement, vaut $P = 1,5$ bar. Les variations d'énergie cinétique et potentielle sont négligées. La capacité thermique massique de l'eau liquide vaut $c_P = 4,18\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$
1. Déterminer le rapport $\dfrac{D_1}{D_2}$ entre les débits d'eau chaude et d'eau froide pour que la température de l'eau sortant du pommeau de douche soit $T_3 = 40\,°\text{C}$.
2. On suppose désormais que l'eau sort du pommeau avec un débit massique $D_3 = 0,2\,\text{kg.s}^{-1}$. Cette douche est utilisée par une famille de quatre personnes. Sachant que chacun de ses membres utilise la douche 10 minutes par jour, pendant les 365 jours de l'année, déterminer la production d'entropie annuelle dans ce foyer. On donne les valeurs des entropies massiques de l'eau liquides aux différentes températures dans le tableau suivant :

$T(\,°\text{C})$	5,0	40	65
$s(\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1})$	0,0763	0,5724	0,8435

Exercice 4 ◆◆◇ : Etude d'un propulseur à poudre



Les indices sont relatifs à l'abscisse de la section et les vitesses des gaz sont prises relativement au propulseur.

Le gaz chaud est produit par la combustion de la poudre. Dans la chambre de combustion, la pression et la température sont uniformes. Elles sont égales respectivement à P_2 et T_2, valeurs prises par ces paramètres à la section (2) d'entrée de la tuyère, la vitesse des gaz est pratiquement nulle en (2) et en amont de (2) : $v_2 = 0$.

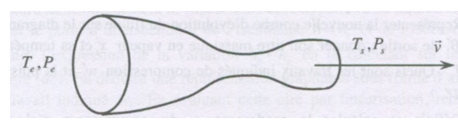
Le gaz est ensuite détendu dans la tuyère à symétrie de révolution autour d'un axe $x'x$. Elle est dite "convergente-divergente" et possède un col (3). Le gaz sort de la tuyère en (4) à la pression P_4. L'écoulement dans la tuyère est permanent, isentropique et unidimensionnel.

Pour des raisons non étudiée ici, la vitesse du gaz au col est égal à la célérité du son en ce point : $v_3 = v_{son}(T_3) = \sqrt{\gamma.r.T_3}$. Les applications numériques seront effectuées avec $r = 500\,\mathrm{J.K^{-1}.k^{-1}}$; $\gamma = 1,25$; $P_4 = 1$ bar ; $P_2 = 50$ bar et $T_2 = 2540\,\mathrm{K}$.

1. Exprimer c_P en fonction de γ et de r.
2. Ecrire Δh_{23} de deux manières.
3a. En déduire l'expression de v_3, vitesse du gaz en (3), en fonction de T_2 et T_3.
3b. Sachant que v_3 est également la vitesse du son en (3), déterminer la valeur de T_3 en fonction de γ et T_2, puis v_3 en fonction de T_2 (entre autre).
3c. Calculer numériquement T_3 et v_3.
4. Etant donné le caractère isentropique de la détente, calculer P_3.
5. Calculer T_4 et v_4, température et vitesse du gaz à la sortie.

Exercice 5 ◆◆◆ : Tuyère

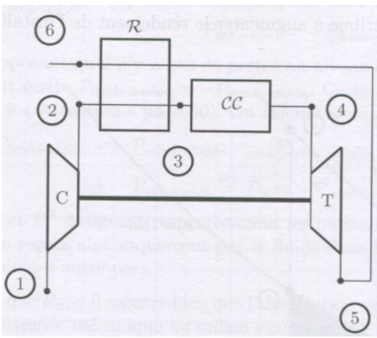
Une tuyère horizontale calorifugée éjecte, en régime permanent d'écoulement, "de l'air" à vitesse v élevée, celui-ci entrant avec une vitesse négligeable. Les notations sont précisées sur le schéma. On note $r = \dfrac{R}{M}$ où M est la masse molaire. On donne $T_e = 1600\,\mathrm{K}$; $P_e = 52$ bar ; $T_s = 550\,\mathrm{K}$; $P_s = 1,0$ bar ; $c_P = 1,0\,\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$ et $r = 290\,\mathrm{J.K^{-1}.kg^{-1}}$.



1. En précisant les hypothèses, calculer la vitesse v d'éjection de l'air.
2. La détente est-elle ici adiabatique réversible ?
On donne l'identité thermodynamique $du = Tds - Pdv$.
3. Montrer que pour un gaz parfait la variation d'entropie massique est donnée par $ds = \dfrac{r}{\gamma - 1}\left(\gamma\dfrac{dT}{T} + (1-\gamma)\dfrac{dP}{P}\right)$. En déduire l'entropie massique créée $s_{\text{créée}}$ (entropie créée par unité de masse de gaz traversant la tuyère) et calculer numériquement.

Niveau II

Exercice 6 ♦♦♦ : Installation de Joule-Brayton avec régénérateur



On considère l'installation de Joule-Brayton munie d'un régénérateur $\mathcal{R}$ (échangeur thermique) situé avec la chambre de combustion $\mathcal{CC}$. Cette installation à turbine à gaz, conçue pour une voiture, a une puissance totale de 150 kW. L'air et admis dans le compresseur à la pression $P_1 = 1$ bar et à la température $T_1 = 20\,^\circ$C. Le rapport de compression vaut $\beta = 8$ et la température maximale dans le cycle vaut $T_{max} = 800\,^\circ$C.
La température de l'écoulement d'air froid sortant du régénérateur (point 3) se trouve à 10 °C au-dessous de la température de l'écoulement d'air chaud s'engageant dans le régénérateur (point 5). Le compresseur et la turbine sont isentropiques. L'air est modélisé comme un gaz parfait de capacité thermique massique à pression constante $c_P = 1{,}0\,\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$ et d'exposant adiabatique $\gamma = 1{,}4$.

1. Quel est l'intérêt du régénérateur ?
2. Tracer le cycle dans le diagramme entropique en plaçant les points 1 à 6.
3. Calculer la puissance thermique fournie lors du cycle.
4. Calculer la puissance thermique cédée lors du cycle.
5. Calculer le rendement thermodynamique du cycle muni de ce régénérateur et le comparer au cas du cycle de Joule-Brayton idéal fonctionnant entre les mêmes températures minimale et maximale que celles observées dans le cycle "régénéré".
6. On suppose désormais que le régénérateur est idéal.
6a. Dans ce cas particulier, quelles relations supplémentaires y a-t-il entre certaines températures ?
6b. Montrer que le rendement thermodynamique du cycle s'exprime comme

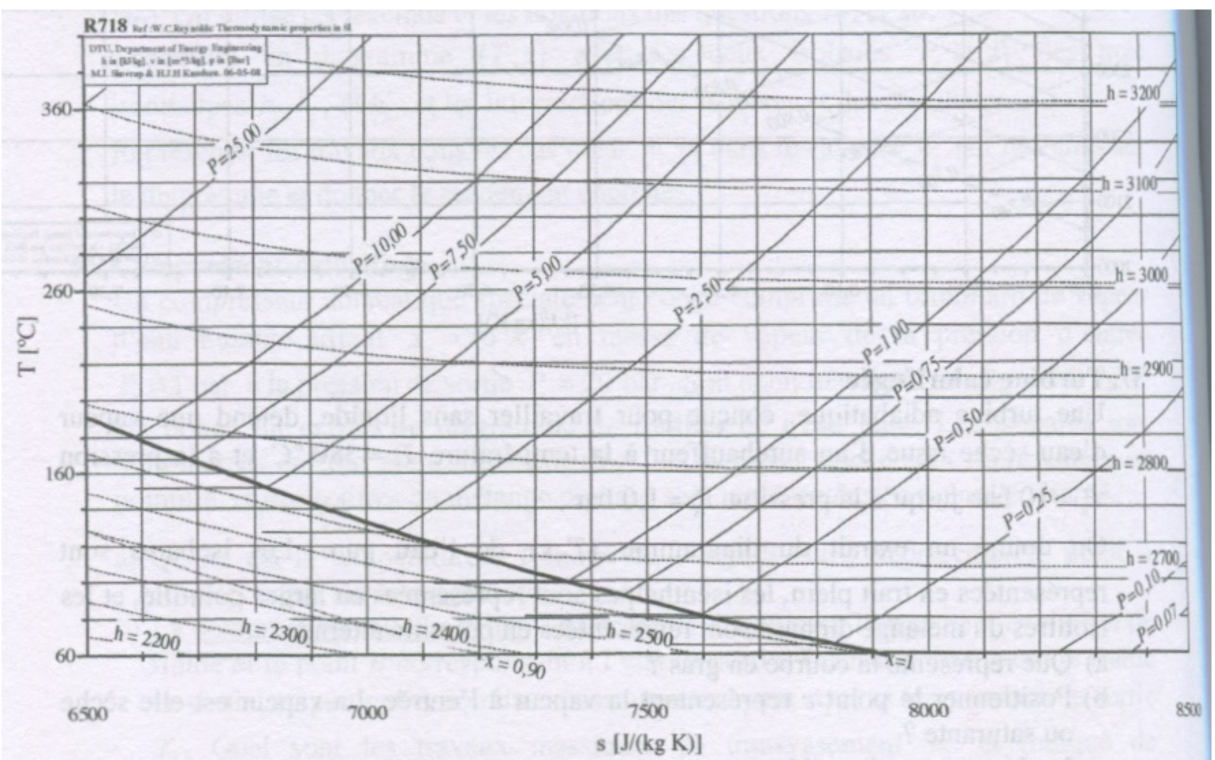
$$\eta = 1 - \frac{T_1}{T_4}\beta^{1-\frac{1}{\gamma}} \qquad (1)$$

6c. Tracer l'allure de $\eta(\beta)$ pour les trois cas $\frac{T_1}{T_4} = 0{,}2$, $\frac{T_1}{T_4} = 0{,}25$ et $\frac{T_1}{T_4} = 0{,}3$. Sur le graphe, superposer la courbe $\eta_0(\beta)$, où η_0 est le rendement du cycle de Joule-Brayton dépourvu de régénérateur.
6d. Commenter l'influence du rapport $\frac{T_1}{T_4}$, d'une part, et du rapport de compression β, d'autre part, sur l'efficacité de la régénération.

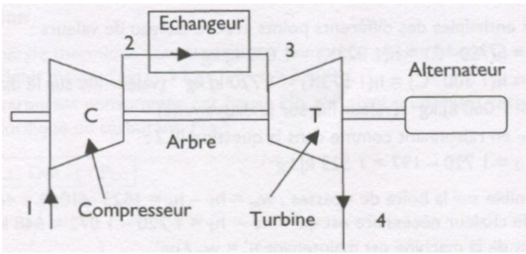
Exercice 7 ♦♦♦ : Turbine calorifugée

Une turbine adiabatique, conçue pour travailler sans liquide, détend une vapeur d'eau sèche issue d'un surchauffer à la température $T_e = 380\,^\circ$C et à la pression $P_e = 10$ bar jusqu'à la pression $P_s = 1,0$ bar.
On donne un extrait du diagramme (T, s) de l'eau pure. Les isobares sont représentées en trait plein, les isenthalpes sont représentées en larges pointillé, et les isotitres du mélange diphasé sont représentées en pointillé alterné.

1. Que représente la courbe en gras ?
2. Positionner le point e représentant la vapeur à l'entrée. La vapeur est-elle sèche ou saturante ?
3. La détente est réversible
α**.** Tracer sur le diagramme la courbe d'évolution du fluide et le point b correspond à l'état de sortie.
β**.** La vapeur en sortie est-elle sèche ? Quelle est sa température de sortie T_s ? Quel est le travail indiqué de détente w_i ? Jusqu'à quelle pression pourrait-on détendre isentropiquement la vapeur sans faire apparaître de liquide ?
γ**.** Tracer le point d'intersection a de l'isenthalpe $h = h_e$ et de l'isobare $P = P_s$. Donner l'expression de la variation $h_b - h_e$ en la calculant sur le chemin isobare (ab). En déduire une représentation graphique sous forme d'une aire A du travail indiqué w_i. En évaluant cette aire par linéarisation, retrouver la valeur numérique de w_i.
4. La détente est maintenant irréversible
Les pressions d'entrée et de sortie sont identiques, mais la température de sortie réelle est mesurée à : $T_s' = 150\,^\circ$C.
α**.** Tracer sur le diagramme la courbe d'évolution du fluide et le point b' correspond à l'état de sortie. Mesurer l'entropie créée massique.
β**.** La vapeur en sortie est-elle sèche ? Quel est le travail indiqué de détente w_i' ? Commenter le résultat, définir et calculer le rendement à l'isentropique de la turbine.
γ**.** En procédant de la même manière que dans la question **3.**, interpréter w_i' par une aire A' (à préciser) et donner une interprétation du rendement isentropique.



Exercice 8 ◆◆◇ : Irréversibilité dans une turbine à gaz



Ce problème traite des évolutions irréversibles d'un gaz parfait, défini par sa capacité thermique massique à pression constante, notée c_P, et sa capacité thermique massique à volume constant, notée c_V. On donne $c_P = 1,00\,\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{1}}$, $c_V = 0,714\,\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$. On raisonnera sous forme massique. On note γ le rapport $\dfrac{c_P}{c_V}$ et $r = c_P - c_V$.

Etude d'une turbine à gaz simple

Cette installation comporte un compresseur C (évolution $1-2$ supposée adiabatique), un échangeur E (permettant d'élever la température des gaz : évolution $2-3$) et une turbine T (évolution $3-4$ supposée adiabatique). La turbine entraîne le compresseur et l'alternateur. Toutes les évolutions sont supposées irréversibles. Les énergies cinétiques et potentielles sont négligées.

On donne la pression et la température des points caractéristiques :

Points	1	2	3	4
Pression (bar)	1	8,3	8	1
Température (K)	293	576	1260	760

Bilan classique de l'installation

Donner l'expression littérale, puis numérique :

1. Du travail indiqué massique de compression, noté w_{iC}.

2. Du travail indiqué massique de détente, noté w_{iT}..

3. Du travail massique utile disponible à l'alternateur, noté w_U.

4. De la quantité de chaleur massique fournie par l'échangeur notée q_{2-3}.

5. En déduire le rendement thermique de l'installation. Le comparer avec le rendement du cycle de Carnot fonctionnant entre les même températures extrêmes. Conclusion.

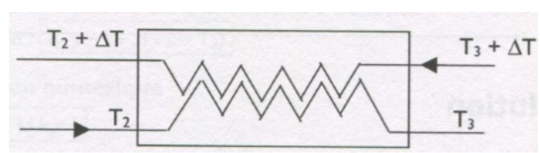
Création d'entropie

1. Calculer Δs_{1-2}, variation d'entropie au cours de la transformation $1-2$. En déduire s_{c1-2}, entropie créée au cours de cette tronsformation.

2. Calculer Δs_{3-4}, variation d'entropie au cours de la transformation $3-4$. En déduire s_{c3-4}, entropie créée au cours de cette transformation.

3a. Montrer que, si la transformation $2-3$ était réversible, elle serait isobare.

3b. Calculer Δs_{2-3}, variation d'entropie au cours de la transformation $2-3$.



3c. L'échangeur fonctionne à contre-courant. L'évolution du fluide est irréversible. On admet que la température du fluide ainsi que sa pression sont définies en chaque point de l'échangeur. On suppose que la température de la "source" T_S, est, en chaque point de l'échangeur, égale à $T + \Delta T$, où T est la température locale du fluide et ΔT une valeur constante.

Ecrire le premier principe et le second principe sous forme élémentaire et en déduire l'expression élémentaire de l'entropie créée.

3d. En déduire s_{c2-3}, entropie créée a cours de la transformation $2-3$. Faire l'application numérique pour $\Delta T = 20\,\mathrm{K}$.

Modélisation de la compression

La transformation dans le compresseur est adiabatique irréversible. On la compare à une transformation polytropique, réversible, non adiabatique, qui ferait passer le fluide de l'état 1 au même état 2. On rappelle qu'une transformation polytropique, de rapport k, d'un gaz parfait est une transformation au cours de laquelle les paramètres pression P et volume massique v, vérifient $P.v^k = cte$.

Le coefficient polytropique de la compression est $k_{1-2} = 1,47$.

1. Déterminer l'expression littérale du travail de transvasement de la compression polytropique, défini par $w_{TR} = \int_1^2 v.dP$. Faire l'application numérique.

2. Montrer que le travail indiqué, w_{ikC}, de la transformation polytropique, on adiabatique et réversible, est égal au travail de transvasement.

3. On définit le rendement polytropique de la compression réelle : $\eta_{KC} = \dfrac{w_{ikC}}{w_{iC}}$.

Montrer que le rendement polytropique s'exprime uniquement en fonction du k_{1-2} et γ. Faire l'application numérique.

4. En admettant que le rendement polytropique est inférieur à 1, montrer que le coefficient polytropique d'une compression adiabatique et nécessairement supérieur à γ.

Modélisation polytropique de la détente

On désigne par w_{ikT} le travail indiqué polytropique de la détente dans la turbine. Le coefficient polytrope de la détente est $k_{3-4} = 1,32$.

On défini le rendement polytropique de la détente dans la turbine par $\eta_{KT} = \dfrac{w_{iT}}{w_{ikT}}$.

1. Exprimer puis calculer numériquement w_{ikT}.

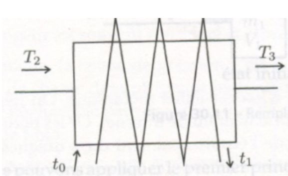
2. En admettant que le rendement polytropique est inférieur à 1, montrer que le coefficient polytropique d'une détente adiabatique est nécessairement inférieur au coefficient isentropique γ.

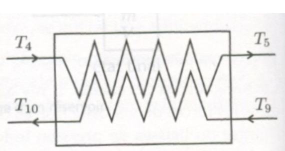
Exercice 9 ♦♦♦ : Etude d'un turbocompresseur à gaz

Ce problème a pour but l'étude thermodynamique d'un turbocompresseur à gaz destiné à la propulsion d'un cargo. Les divers éléments du système seront d'abord étudiés dans la partie A, puis réunis dans la partie B. Dans tout le problème, on négligera d'éventuelles variations d'énergie cinétique et potentielle de pesanteur. Le gaz utilisé sera toujours considéré comme parfait, de capacité thermique massique à pression constante c_P et T sa température thermodynamique.

Partie A

I. Etude d'un réfrigérant





Dans le réfrigérant supposé parfaitement calorifugé représenté sur la figure ci-contre, le gaz est refroidi à pression constante, de la température T_2 à la température T_3 au moyen d'un circuit d'eau de capacité thermique massique c qui elle se réchauffe de t_0 à t_1.

1. Le débit massique D du gaz étant imposé, déterminer le débit massique d nécessaire du circuit d'eau de refroidissement. On appelle c la capacité thermique massique de l'eau.

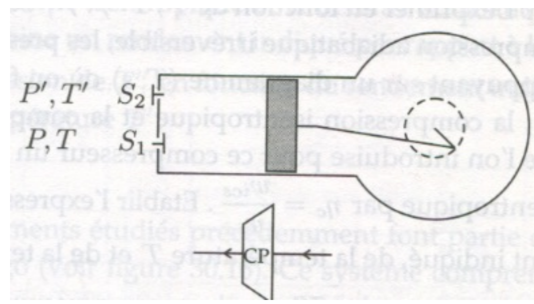
II. Etude d'un échangeur à contre-courant

L'échangeur de chaleur représenté à la figure ci-contre est également calorifugé. Il comporte deux canalisations dans lesquelles le même gaz circule avec le même débit massique, mais dans des sens opposés. Les températures d'entrée, supposées connue, seront notées T_4 et T_9 et les températures de sortie respectivement T_5 et T_{10}. Dans chaque canalisation la pression est constante.

2. On suppose tout d'abord réversibles les transformations subies par le gaz dans chaque canalisation. En utilisant les fonctions enthalpie et entropie, écrire deux relations reliant T_5 et T_{10} à T_4 et T_9.
3. On suppose que $T_9 > T_4$. En déduire les solutions physiquement acceptables pour T_5 et T_{10}.
4. Les transformations dans l'échangeur sont en fait irréversibles. Quelles sont les inégalités satisfaites par T_5 et T_{10}, si on suppose $T_9 > T_4$?
5. On définit l'efficacité de l'échangeur comme étant $e = \dfrac{T_5 - T_4}{T_9 - T_4}$ en considérant la canalisation $4 - 5$. Montrer qu'on obtient la même efficacité en considérant la canalisation $9 - 10$.

III. Etude d'un turbocompresseur

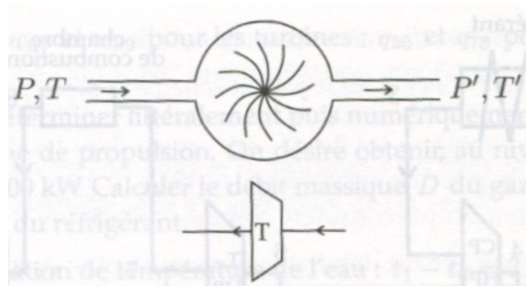
Le compresseur à piston représenté en figure ci-contre fonctionne en trois temps, correspondant à un aller et retour du piston. **i-** La soupape S_1 étant ouverte et S_2 fermée, le piston initialement à gauche (volume nul) recule vers la droite en aspirant, à pression et température constante, une masse m de gaz qui occupe alors un volume V.
ii- Les deux soupapes étant fermées, le piston avance partiellement en comprimant le gaz de façon supposée adiabatique réversible, jusqu'à un volume V', correspondant à une pression P' et une température T'.
iii- La soupape S_1 étant fermée et la soupape S_2 ouverte, le piston refoule tout le gaz à P' et T' constants, et se retrouve en position initiale.



6a. Déterminer le travail total reçu par le gaz de la parti du piston pour un aller et retour de celui-ci. Par quelle fonction d'état massique du gaz, entre les états (P, T) et (P', T'), le travail w_c reçu par unité de masse de gaz s'exprime t'il ?
6b. Le gaz est caractérisé par une constante d'état massique r et $\gamma = \dfrac{c_P}{c_V}$. Calculer $w_c = w_{is}$ et T' en fonction de P, P', r, T et γ.
7. Le fonctionnement du compresseur toujours calorifugé est en réalité irréversible de sorte que le travail dans la phase de compression est assimilé à une compression polytropique de coefficient polytropique k. Définir une évolution polytropique d'un point de vue thermoélastique. Comment accède-t-on à la valeur de k ? Etablir l'expression du travail de transvasement massique polytropique w_{tk} de ce compresseur en fonction de P, P', r, T et k.
8. En réalité le compresseur de cette installation est un compresseur rotatif, calorifugé. En régime permanent le gaz entre à la pression P, à la température T, échange du travail avec la partie mobile de la machine et sort comprimé à la pression P', à la température T'. Quel est le travail massique indiqué w_{ics} (que l'on pourra définir) ? L'exprimer en fonction de P, P', T, r et k.
9. Que devient ce travail massique indiqué w_{ic} si la compression est adiabatique irréversible ? L'exprimer en fonction de T, T'', r et γ où T'' est la température en fin de compression adiabatique irréversible, les pression restant égales à P et P'. En s'appuyant sur un diagramme (T, s) où on fera apparaître deux isobares P et P', la compression isentropique et la compression adiabatique réelle justifier que l'on introduise pour ce compresseur un rendement indiqué par rapport à l'isentropique par $\eta_c = \dfrac{w_{ics}}{w_{ic}}$. Etablir l'expression de T'' en fonction du rendement indiqué, de la température T et de la température T'.

IV. Etude de la turbine

Dans la turbine représentée symboliquement figure ci-contre, le gaz entre à la température T, à la pression P échange avec les pales de la turbine un travail w_{it} par unité de masse, et sort détendu, à la pression P' et à la température T'. La turbine est parfaitement calorifugée et fonctionne en régime permanent.

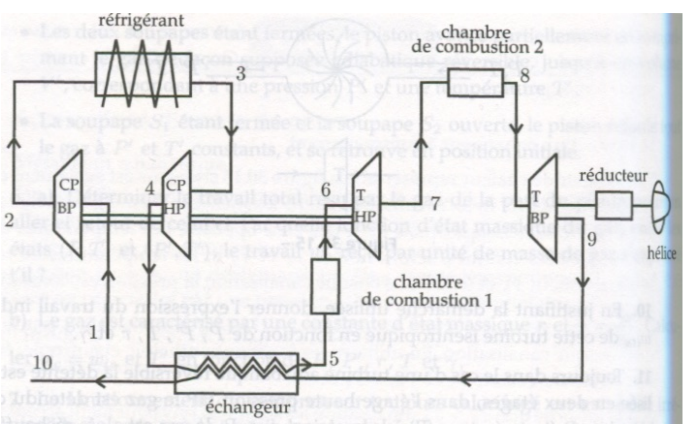


10. En justifiant la démarche utilisée, donner l'expression du travail indiqué w_{its} de cette turbine isentropique en fonction de P, P', T, r et γ.

11. Toujours dans le cas d'une turbine adiabatique réversible la détente est réalisée en deux étages, dans l'étage haute pression HP le gaz est détendu de le pression P (température T) à la pression $x < P$, le gaz est alors réchauffé de façon isobare jusqu'à la température T, et détendu dans l'étage (BP) de façon adiabatique réversible jusqu'à la pression P'. Calculer le travail indiqué de cette turbine à deux étage en introduisant les pressions P, x et P'.
Comment doit t'on choisir x pour que ce travail passe par un extremum ?

12. Le fonctionnement de la turbine à un seul étage pour cette étude, est en fait irréversible mais toujours adiabatique. Que devient le travail massique indiqué w_{it} ? L'exprimer en fonction de T, T'', r, γ où T'' est la température en fin de détente adiabatique irréversible, les pressions restant égales à P et P'. En s'appuyant sur un diagramme (T, s) où on fera apparaître les deux isobares P et P', la détente isentropique et la détente adiabatique irréversible. Définir pour cette turbine un rendement indiqué par rapport à l'isentropique notée η_t. Etablir l'expression de T'' en fonction du rendement indiqué, de la température T et le température T'.

Partie B



Les divers éléments étudiés précédemment font partie du système de propulsion d'un cargo. Ce système comprend : un réfrigérant, un échangeur, deux compresseur basse BP et haute pression HP deux turbine HP et BP, deux chambres de combustion qui à pression constante élèvent la température du gaz. Le gaz suit le trajet $1 - 2 - 3 - ... - 10$, les seules variations de pression sont dues aux compressions et détentes. La puissance mécaniques obtenue lors de la détente dans la turbine HP sert entièrement à entraîner les compresseurs BP et HP.
Le tableau ici incomplet indique les caractéristiques connues du gaz à chacune des étapes du circuit.

13. En utilisant les résultats de la partie A, compléter le tableau dans le cas idéal de fonctionnement réversible de tous les éléments.

P (bar)	1,00		2,15			5,70				1,00
T(K)	283		300			943		955		
points	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

14. En utilisant les résultats de la partie A, compléter le tableau dans le cas réel irréversible.

P (bar)	1,00		2,15			5,70	2,90	2,90		1,00
T(K)	283		300			943		955		
points	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10

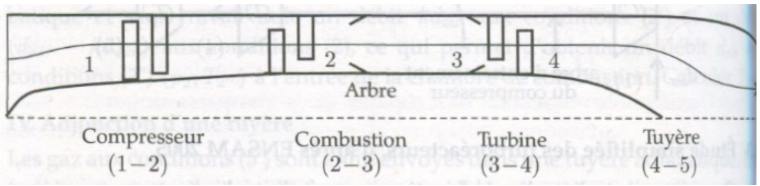
On prendra $e = 0,80$ pour l'échangeur, $\eta_c = 0,86$ pour chaque étable de compresseur rotatif, $\eta_{turbineBP} = 0,88$ pour la turbine basse pression.
On donne : $r = 287\,\mathrm{J.K^{-1}.kg^{-1}}$ et $c_P = 1000\,\mathrm{J.K^{-1}.kg^{-1}}$.
15. Calculer les transferts thermiques et travaux massiques échangés dans les différentes étapes du système en fonctionnement réel : w_{12} et w_{34} pour les compresseurs ; w_{67} et w_{89} pour les turbines ; q_{56} et q_{78} pour les chambres de combustion.
16. Définir et déterminer littéralement puis numériquement le rendement global η du système de propulsion. On désire obtenir, au niveau de l'hélice une puissance de 3000 kW. Calculer le débit massique D du gaz dans la circuit et le débit d de l'eau du réfrigérant.
On donne : variation de température de l'eau $t_1 - t_0 = 3,0\,^\circ\mathrm{C}$; capacité thermique massique $c = 4,18\,\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$.

Exercice 10 ♦♦♦ : Etude simplifiée des turboréacteurs

On se propose d'étudier le fonctionnement de turboréacteur en régime permanent. La fonction énergétique d'un turboréacteur est de transformer l'énergie thermique fournie à l'air lors d'une (ou des) combustion en énergie cinétique. Les paramètres permettant de caractériser le fonctionnement d'un turboréacteur sont le rendement thermique et la vitesse d'éjection de l'air.

Hypothèses générales :
• L'air est assimilé à un gaz parfait défini par sa capacité thermique massique à pression constante, notée c_P et par son exposant isentropique γ. On donne $c_P = 1\,\mathrm{kJ.K^{-1}.kg^{-1}}$ et $\gamma = 1,40$.
• On suppose que la (ou les) combustion n'altère pas les caractéristiques de l'air.
• L'énergie potentielle sera négligée dans tout ce problème.
• L'énergie cinétique sera négligée, sauf évidemment à la sortie de la (ou des) tuyère. Dans tout le problème, on suppose que le débit massique d'air aspiré, (et donc refoulé) par le turboréacteur vaut $D_m = 1,00\,\mathrm{kg.s^{-1}}$.
• Le compresseur (ou la soufflante) aspire l'air ambiant défini par sa pression P_1 et sa température T_1. Dans tout le problème, $P_1 = 1,00$ bar et $T_1 = 288\,\mathrm{K}$.
• Les évolutions à l'intérieur des turbomachines (compresseurs et turbines) et des tuyères sont supposées adiabatiques, réversibles.
• Il n'y a pas de pièces mécaniques mobiles en dehors des turbomachines (compresseurs et turbines).
• On négligera les pertes de charge de l'air à l'intérieur des chambres de combustion : les évolutions y sont isobares.
• On négligera les pertes mécaniques au niveau des turbomachines.
• Dans les deux premières parties, on définit le rendement thermique du turboréacteur (noté) comme étant le rapport entre l'énergie cinétique massique reçue par l'air, notée e_c, et la (ou somme des) quantité de chaleur massique fournie par la chambre de combustion, notée $q_{combustion}$.

Première partie : étude d'un turboréacteur monoflux, monocorps



Le compresseur (ici, axial) aspire l'air ambiant. Après compression, l'air est chauffé dans la chambre de combustion jusqu'à la température de 1250 K (T_3 = 1250 K). Après détente partielle dans la turbine (ici axiale), l'air est envoyé dans la tuyère où la détente s'effectue jusqu'à la pression ambiante ($P_5 = 1,00$ bar).

Le compresseur est uniquement entrainé par la turbine, qui lui transmet intégralement la puissance mécanique que lui fournit l'écoulement.

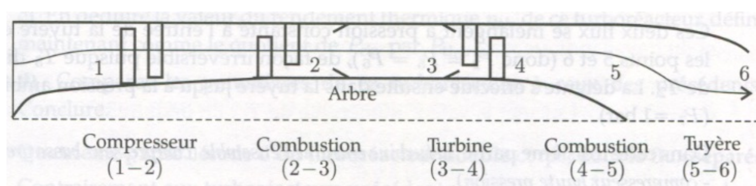
On rappelle que $P_2 = P_3$. On donne le taux de compression du compresseur :

$$\frac{P_2}{P_1} = 6,15 \tag{2}$$

1. Donner les expressions littérales, puis les valeurs numériques :
a. de la température T_2 (sortie du compresseur) et du travail indiqué massique de compression, noté w_{ic} ;
b. de la température T_4 et de la pression P_4 à la sortie de la turbine ;
c. de la température T_5 et de la vitesse c_5 à la sortie de latuyère.
2a. Donner l'expression littérale, puis la valeur numérique du transfert thermique massique fourni à l'air lors de la combustion, notée $q_{2-3} = q_{combustion}$.
b. Donner l'expression littérale, puis la valeur numérique de l'énergie cinétique massique de l'air à la sortie de la tuyère, notée e_c.
c. En déduire la valeur du rendement thermique η_{th}, de ce turboréacteur.

Seconde partie : étude d'un turboréacteur monocorps, monoflux à postcombustion

La configuration est identique à la précédente mais on insère une seconde chambre de combustion entre la turbine et la tuyère. Lors de cette seconde combustion, l'air est à nouveau chauffé jusqu'à la température de 1930 K (T_5 = 1930 K). La détente s'effectue ensuite dans la tuyère jusqu'à la pression ambiante ($P_6 = 1,00$ bar).

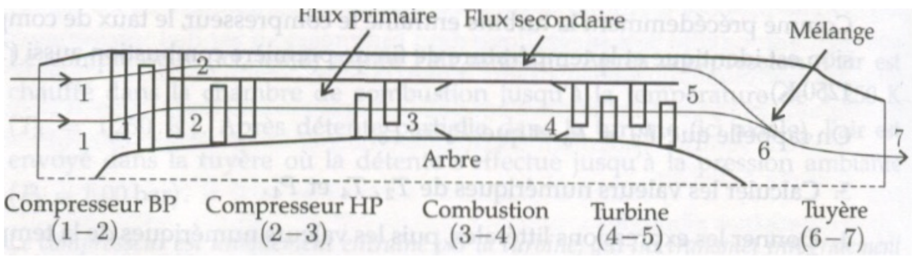


Comme précédemment la turbine entraîne le compresseur, le taux de compression est identique et la température de fin de première combustion aussi (T_3 = 1250 K). On rappelle que $P_2 = P_3$ et que $P_4 = P_5$.
3. Calculer les valeurs numériques de T_2, T_4 et P_4.
4. Donner les expressions littérales, puis les valeurs numériques de la température T_6 à la sortie de la tuyère et de la vitesse c_6 à la sortie de cette tuyère.
5a. Donner l'expression littérale, puis la valeur numérique du transfert thermique massique fourni à l'air lors de la seconde combustion, notée q_{4-5}. En déduire la valeur numérique du transfert thermique massique fourni globalement à l'air, notée $q_{combustion} = q_{2-3} + q_{4-5}$.
b. Donner l'expression littérale, puis la valeur numérique de l'énergie cinétique massique de l'air à la sortie de la tuyère, notée e_c.
c. En déduire la valeur du rendement thermique η_{th}, de ce turboréacteur.
d. Comparer les paramètres des deux turboréacteurs étudiés et conclure.

Troisième partie : étude d'un turboréacteur double corps, double flux, à tuyère unique

Le compresseur basse pression (noté BP) aspire l'air ambiant. Puis ce flux se scinde en deux parties :
• le flux primaire (défini par un débit massique noté D_{m1}) qui passe dans le compresseur haute pression HP, puis dan la chambre de combustion où l'air est chauffé jusqu'à la température de 1300 K (T_4 = 1300 K).
• le flux secondaire (défini par un débit massique noté D_{m2}) qui passe à la périphérie du turboréacteur sans pertes de charge, ni pertes thermiques.

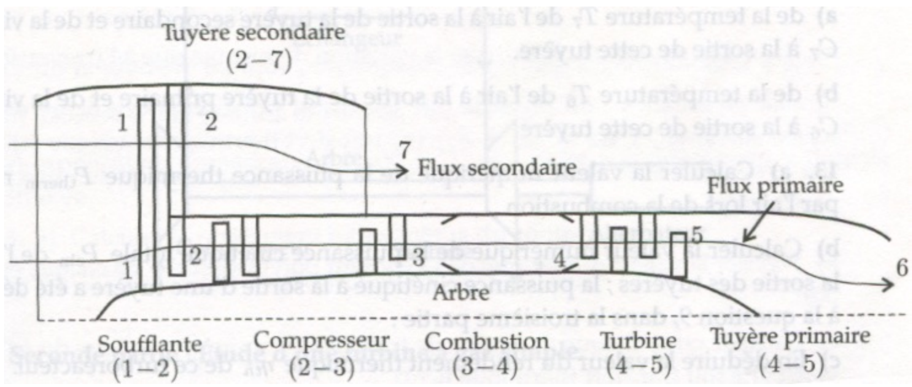
Ces deux flux se mélange à pression constante à l'entrée de la tuyère entre les points 5 et 6 (donc $P_2 = P_5 = P_6$), de façon irréversible puisque que T_5 diffère de T_2. La détente s'effectue ensuite dans la tuyère jusqu'à la pression ambiante (P_7 = 1 bar).
La turbine entraîne l'ensemble (compresseur basse pression et compresseur haute pression).
On rappelle que $P_3 = P_4$. On donne le taux de compression de chacun des compresseur : $\dfrac{P_2}{P_1} = 2,4$ et $\dfrac{P_3}{P_2} = 4$.
Un tel turboréacteur est défini par son taux de dilution, noté λ, ainsi défini : $\lambda = \dfrac{D_{m2}}{D_{m1}}$.



6. Calculer les températures T_2 (sortie du compresseur BP), T_3 (sortie du compresseur HP) et T_5 (sortie de la turbine) ; on rappelle que $P_5 = P_2$.
7a. Calculer la valeur du travail indiqué massique du compresseur basse pression, noté w_{icBP}, du travail indiqué massique du compresseur haute pression, noté w_{icHP} et du travail indiqué massique de la turbine, noté w_{it}.
b. Donner l'équation littérale permettant de calculer les débits massiques D_{m1} et D_{m2} caractérisant les flux primaire et secondaire.
En déduire la valeur numérique de ces débits massiques et du taux de dilution ; on rappelle que $D_m = D_{m1} + D_{m2} = 1,00\,\mathrm{k\,s^{-1}}$.
8. Calculer les valeurs numériques :
a. de la température T_6 de mélange de l'air à l'entrée de la tuyère ;
b. de la température T_7 de l'air à la sortie de la tuyère et de la vitesse c_7 à la sortie de la tuyère.
9a. Calculer la valeur numérique de la puissance thermique reçue par l'air lors de la combustion, et notée P_{therm}.
b. Calculer la valeur numérique de la puissance cinétique $P_{cin} = D_m.e_c$ de l'air à la sortie de la tuyère, e_c étant l'énergie cinétique massique.
c. En déduire la valeur du rendement thermique η_{th} de ce turboréacteur, défini maintenant comme le quotient de P_{cin} par P_{therm}.
d. Comparer les paramètres de ce turboréacteur à ceux des précédents. Conclure.

Quatrième partie : étude d'un turboréacteur double corps, double flux séparés

Contrairement aux turboréacteurs précédents, la poussée est assurée par deux jets concentriques différents.



La soufflante (qui est un compresseur à faible taux de compression) aspire l'air ambiant. Puis ce flux se scinde en deux parties :

• le flux primaire (défini par un débit massique noté D_{m1}) qui passe dans le compresseur, puis dans la chambre de combustion où l'air est chauffé jusqu'à la température de $T_4 = 1450\,\mathrm{K}$. La détente s'effectue ensuite dans la tuyère primaire jusqu'à la pression ambiante $P_6 = 1,00$ bar.

• le flux secondaire (définit par un débit massique D_{m2}) qui passe directement dans la tuyère secondaire où la détente s'effectue jusqu'à la pression ambiante $P_7 = 1,00$ bar.

$$\frac{P_2}{P_1} = 1,90 \; \frac{P_3}{P_2} = 13,7 \tag{3}$$

Comme précédemment, ce turboréacteur est défini par son taux de dilution, noté λ : $\lambda = \dfrac{D_{m2}}{D_{m1}}$. On donne, pour ce dispositif, la valeur numérique de $\lambda = 6,00$.

10. Calculer les température T_2 et T_3.

11a. Calculer la valeur du travail indiqué massique de la soufflante, noté w_{is} et du travail indiqué massique du compresseur, noté w_{ic}.

b. Donner l'équation littérale permettant de calculer la température T_5 (sortie de la turbine). Calculer la valeur numérique de T_5. En déduire la valeur de P_5 ; on rappelle que $D_m = D_{m1} + D_{m2} = 1,00\,\mathrm{k\,s^{-1}}$.

12. Calculer les valeurs numériques :

a. de la température T_7 de l'air à la sortie de la tuyère secondaire et de la vitesse c_7.

b. de la température T_6 de l'air à la sortie de la tuyère primaire et de la vitesse c_6.

13a. Calculer la valeur numérique de la puissance thermique P_{therm} reçue par l'air lors de la combustion.

b. Calculer la valeur numérique de la puissance cinétique totale P_{cin} de l'air à la sortie des tuyères ; la puissance cinétique à la sortie d'une tuyère a été définie à la question **9.**, dans la troisième partie.

c. En déduire la valeur du rendement thermique η_{th} de ce turboréacteur.

d. Comparer les paramètres de ce turboréacteur à ceux des précédents. Conclure.