

Travaux dirigés 23

Machines thermiques avec changement de phase

Niveau I

Exercice 1 $\star\star\star$: Questions de cours

1. Définir une phase d'un système. Dans le cas d'un système constitué d'un corps pur, quels types de phases peut-on rencontrer ?
2. Quels sont les deux moyens dont on dispose pour faire bouillir un liquide pur ?
3. Définir précisément les expressions courantes : vapeur saturante, liquide saturant, vapeur sèche, vapeur saturante sèche, vapeur surchauffée.
4. Quelle est la relation entre l'entropie de changement d'état et l'enthalpie de changement d'état ? Démontrer cette relation de deux façons : par utilisation directe du second principe et par utilisation de l'enthalpie libre.

Exercice 2 $\star\star\star$: Diagrammes thermodynamique

1. Donner l'allure du diagramme d'état d'un corps pur en coordonnées de Clapeyron. Préciser la position des domaines, le nom des courbes qui y figurent, les points particuliers et l'allure des isothermes d'Andrews.
2. Donner l'allure du diagramme entropique d'état d'un corps pur. Préciser la position des domaines, le nom des courbes qui y figurent, les points particuliers et l'allure des isobares.
3. Démontrer le théorème des moments dans ce diagramme entropique. Déterminer la pente d'une isochore dans ce diagramme. Quelle serait l'allure d'une isenthalpe sur ce diagramme dans le domaine de la vapeur sèche, si elle est assimilée à un gaz parfait ?
4. Dans un diagramme de Mollier, donner l'allure du diagramme d'état du corps pur. Identifier les domaines et les courbes représentés. Identifier le point critique.

Le diagramme des frigoristes représente l'enthalpie en abscisse et la pression en ordonnée, pour des fluides condensables utilisés dans les réfrigérateurs et pompes à chaleur. Des réseaux d'isentroques, d'isothermes, d'isotitres figure dans ce diagramme.

5. Identifier les domaines d'existence du liquide, de la vapeur ainsi que le domaine du fluide biphasé.
6. Sur le diagramme figurent des courbes isothermes et des courbes isentroques. Montrer que les isentroques sont des fonctions croissantes de l'enthalpie dans le diagramme proposé.
7. Montrer, sur les isothermes, que le comportement du fluide se rapproche de celui d'un gaz parfait dans un domaine de pression que l'on précisera.

Exercice 3 $\star\star\star$: Détermination de titres massique

Calculer à 100°C , les volumes massiques de la vapeur d'eau et de l'eau liquide en équilibre. On dispose à cette température d'une masse totale d'eau $m = 9,1\text{g}$ dans un récipient de volume total $V = 5,4\text{L}$. La masse molaire de l'eau est $M = 18\text{g}\cdot\text{mol}^{-1}$.

L'eau est-elle à l'état liquide, vapeur, ou mélange liquide-vapeur dans le récipient ? Calculer la masse de liquide m_l , la masse de vapeur m_v , le volume de liquide V_l , le volume de vapeur V_v , le titre massique de vapeur x_v et la pression dans le récipient.

Exercice 4 $\star\star\star$: Théorème des moment

Calculer la variation d'entropie massique $s_2 - s_1$ de la vapeur d'un corps pur entre deux points à T_1 et T_2 (avec $T_2 > T_1$) où cette vapeur est juste saturante aux pressions P_1 et P_2 . Donner le résultat en fonction de T_1 , T_2 , P_1 , P_2 , r et c_P . Application numérique au cas de l'eau pure avec : $T_1 = 100^\circ\text{C}$, $T_2 = 200^\circ\text{C}$, $P_2 = 8,0\text{bar}$, $c_P = 2,0\text{kJ.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$, $r = 460\text{J.K}^{-1}.\text{kg}^{-1}$.

Exercice 5 $\star\star\star$: Pression de vapeur saturante

On donne le potentiel chimique standard de l'eau liquide et de l'eau vapeur à 298K .

Espèce	<i>eau(l)</i>	<i>eau(g)</i>
$\mu^\circ \text{ kJ.mol}^{-1}$	-237,3	-228,7

1. Ecrire la condition d'équilibre entre les phases liquide et vapeur de l'eau à 298K en terme de potentiels chimiques. On négligera l'influence de la pression sur le potentiel chimique d'une phase condensée.
2. En déduire la valeur de la pression de vapeur saturante de l'eau à 298K .

Exercice 6 $\star\star\star$: Etude de l'équilibre liquide/vapeur de l'eau

1. Rappeler la définition du potentiel chimique de l'eau pure à l'état liquide l , noté $\mu_{eau,l}^*$, à partir de la fonction d'état G .
2. Exprimer la variation du potentiel chimique de l'eau liquide pure, $\mu_{eau,l}^*$, par rapport à la température T , à pression P fixée. En déduire la variation du rapport $\frac{\mu_{eau,l}^*}{T}$ avec la température T , à pression P fixée.
3. Comment varie la valeur du potentiel chimique de l'eau liquide pure lorsque l'on augmente la température (on se contentera d'une réponse qualitative argumentée).
4. Exprimer la variation du potentiel chimique de l'eau liquide pure, par rapport à la pression P , à température T fixée.
5. Exprimer le potentiel chimique, $\mu_{eau,g}^*$, de l'eau pure à l'état gazeux, à la température T et pour une pression partielle de l'eau gaz notée $P_{eau,g}$. On conviendra de noter $\mu_{eau,g}^\circ(T)$ le potentiel chimique standard de l'eau à l'état gazeux. On admettra que le phase gaz est un gaz parfait.
6. A la température T , écrire la condition d'équilibre entre l'eau liquide et l'eau vapeur. On définit alors, dans ces conditions, la pression de vapeur d'eau à l'équilibre, noté $P_{eau,g}^*$. Des valeurs de cette grandeur sont fournies en données. Montrer que l'évolution de la pression de vapeur à l'équilibre, notée $P_{eau,g}^*$, en fonction de la température T du système eau liquide/vapeur gaz, suit la loi différentielle :

$$\frac{dP_{eau,g}^*}{P_{eau,g}^*} = \frac{\Delta_{vap}H^\circ}{RT^2}dT \quad (1)$$

7. Comment varie la valeur de la pression de vapeur à l'équilibre, $P_{eau,g}^*$, lorsqu'on augmente la température ?
8. Déduire en utilisant les données, la valeur de l'enthalpie molaire standard de vaporisation de l'eau, supposée indépendante de la température T .

Données

$T(^{\circ}\text{C})$	10	40	70
$P_{eau,g}^* \text{ (bar)}$	0,012	0,073	0,307

Niveau II

Exercice 7 ♦♦♦ : Réfrigérateur à compression

On étudie le principe de fonctionnement d'un réfrigérateur à compression. La machine travaille en écoulement permanent. On négligera les variations des énergies cinétiques et potentielles. Le fluide qui circule dans la machine est du fréon dont le diagramme entropique est donné.

Le cycle effectué par le fluide est le suivant :

La vapeur saturante sèche à la température $T_1 = -25^\circ C$, pression P_1 , sort de l'évaporateur (état 1). Cette vapeur pénètre dans le compresseur d'où elle sort à la pression P_2 , pression pour laquelle la température de l'équilibre liquide-vapeur est de $25^\circ C$. Le compresseur fonctionne de façon réversible. On note 2 l'état du fluide à la sortie du compresseur.

Le fluide se refroidit puis se condense entièrement en traversant le radiateur. Il se retrouve, au point 3, à l'état de liquide saturant sous la pression P_2 .

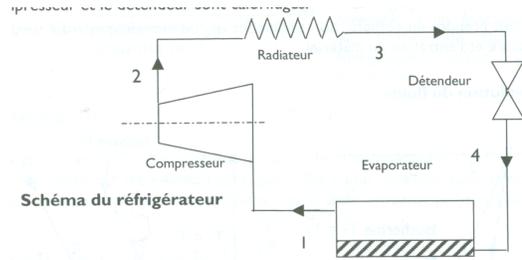
Ce fluide traverse ensuite un détendeur dont il sort à la pression P_1 . On note 4 l'état du fluide à la sortie du détendeur.

Les échanges thermiques se produisent au niveau de l'évaporateur et du radiateur. La partie intérieure du réfrigérateur constitue la source froide à $T_f - 20^\circ C$. Le radiateur est en contact avec la source chaude à $T_c = 18^\circ C$.

1. Placer les points 1, 2 et 3 sur le diagramme.
2. Déterminer les grandeurs pression, température, enthalpie massique et fraction massique en vapeur, des points 1, 2 et 3. Porter les résultats dans un tableau.
3. Préciser l'état du fluide en sortie du détendeur. Compléter le tableau suivant :

Points	1	2	3	4
P (bar)				
T ($^\circ C$)				
h ($kJ.kg^{-1}$)				
x fraction massique				

4. Quel est le travail indiqué massique reçu par le fluide pendant sa compression ?
5. Quelle est l'énergie thermique massique reçue par le fluide dans l'évaporation ?
6. Calculer l'efficacité, notée e , de cette machine.
7. Préciser le sens des échanges énergétiques pendant chaque transformation.
8. Comparer les température T_f et T_c d'une part, puis T_1 et T_2 d'autre part. Montrer que ces deux températures sont compatibles avec le sens des échanges thermiques entre les sources et le fluide.
9. Quelle serait l'efficacité du réfrigérateur ditherme réversible fonctionnant entre les deux sources de chaleur ?
10. Rechercher toutes les irréversibilités de la machine réelle.



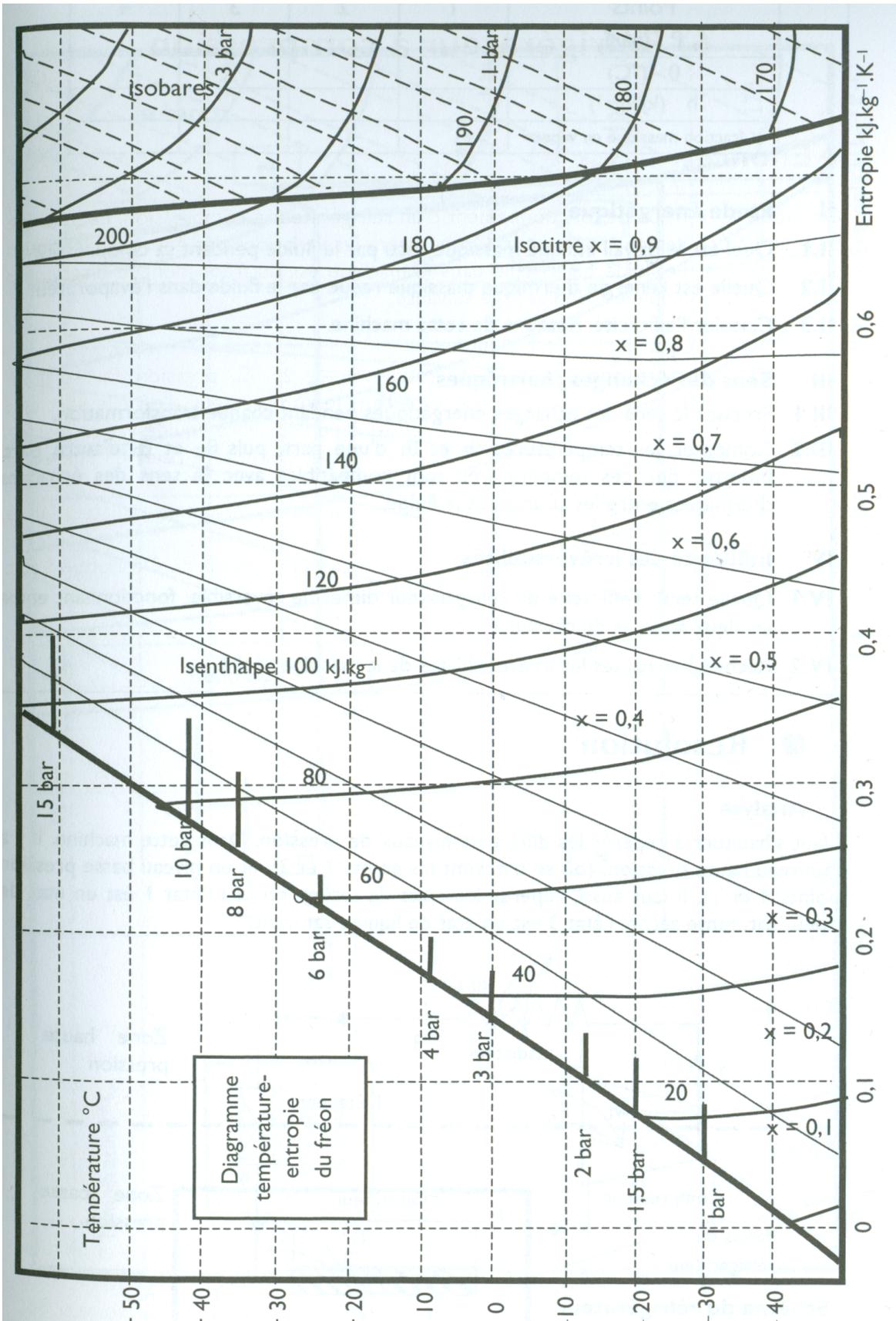


Diagramme
température-
entropie
du fréon

Exercice 8 $\star\star\star$: Compresseur calorifugé

Un compresseur adiabatique spécialement conçu comprime un brouillard de vapeur d'eau humide titrant $x_e = 0,76\%$ en masse de vapeur de la pression d'entrée $P_e = 1$ bar à la pression de sortie $P_s = 20\text{bar}$. Son débit massique est $D_m = 3,8\text{kg}\cdot\text{s}^{-1}$.

On donne un extrait du diagramme de Mollier de l'eau pure. Les isobares sont représentées en trait plein, les isothermes de la vapeur sèche sont représentées en pointillé, et les isotitres du mélange diphasé sont représentées en pointillé alterné.

1. Quelle est la température à l'entrée du compresseur ? Représenter le point A correspondant sur le diagramme.

2. La compression est réversible. Tracer sur le diagramme la courbe d'évolution du fluide et le point B correspondant à l'état de sortie. Décrire précisément le fluide en sortie, en particulier son titre massique en vapeur x_s et sa température de sortie T_s . Quels sont les travaux massiques de transvasement w_t et indiqué de compression w_i du fluide de P_e à P_s ? Quelle est la puissance indiquée \mathcal{P}_i du compresseur ?

3. La compression est irréversible. Toujours de P_e à P_s , et la création d'entropie massique du fluide pour le compresseur réel vaut $s_c = 0,20\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$.

Quelle est la température de sortie ?

Représenter la nouvelle courbe d'évolution du fluide sur le diagramme et le point B' de sortie ; donner son titre massique en vapeur x'_s et sa température de sortie T'_s . Quels sont les travaux indiqués de compression w'_i et la puissance indiquée \mathcal{P}'_i ?

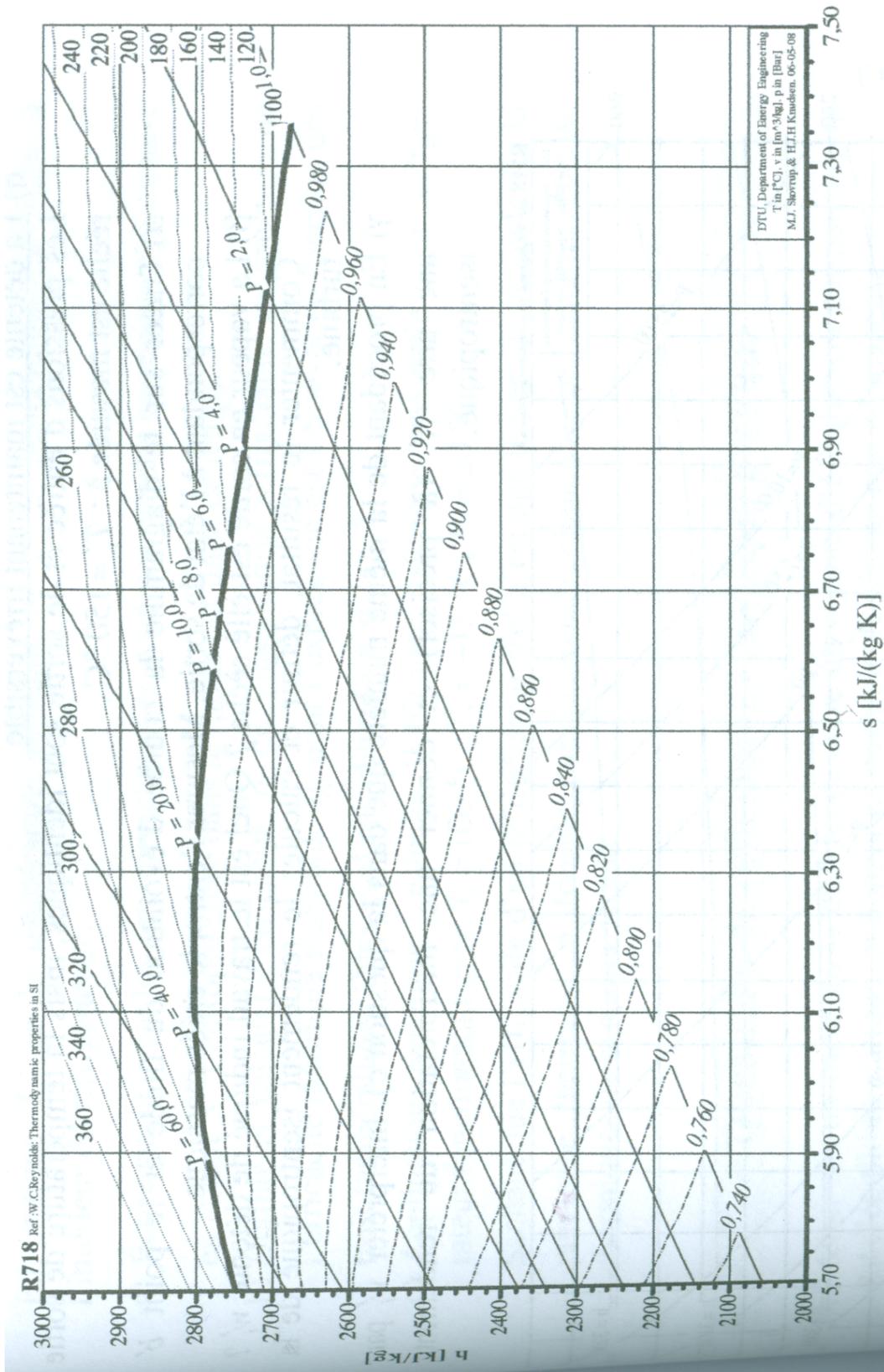
Définir et calculer le rendement r du compresseur réel par rapport à l'isentropique. Que devient la puissance supplémentaire délivrée par le compresseur par rapport au cas idéal de la question précédente ?

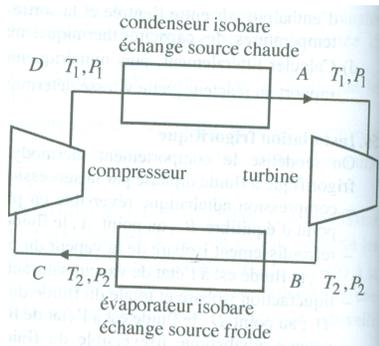
Exercice 10 $\star\star\star$: Laminage d'un fluide réfrigérant

Dans une installation frigorifique, on détend un liquide saturé à la pression $P_1 = 12$ bar dans un robinet de laminage parfaitement calorifugé jusqu'à la pression $P_2 = 2,0$ bar. L'état final est celui d'une vapeur saturante caractérisée par un titre massique en vapeur x . Les données thermodynamiques du fluide réfrigérant $R - 134$ sont regroupées dans le tableau ci-après :

$P(\text{bar})$	$h_l(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	$h_v(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	$s_l(\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1})$	$s_v(\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1})$
12	117,77	273,87	0,42441	0,91303
2,0	38,43	244,46	0,15457	0,93773

Déterminer le titre massique en vapeur x et en déduire la création d'entropie lors de cette opération de laminage.



Exercice 9 $\star\star\star$: Conception d'un réfrigérateur à ammoniac

Pour optimiser l'efficacité d'une machine frigorifique, il faut s'approcher du cycle de Carnot théorique constitué de deux isothermes à T_1 et T_2 avec $T_1 > T_2$ et de deux adiabatiques (une détente du point A au point B du cycle de P_1 à P_2 et une compression du point C au point D du cycle de P_2 à P_1). De plus pour des transferts thermiques importants, sans utiliser de trop grandes quantités de fluide, on utilise des changements d'état. On suppose donc que l'ammoniac décrit l'intégralité du palier de changement d'état à T_1 ; le fonctionnement se fait en circuit fermé et en régime permanent avec une circulation continue d'ammoniac pur au débit massique D_m .

On considère l'installation ci-contre. Dans le condenseur et l'évaporateur isobares, le fluide est diphasé, donc la température reste aussi constante. De façon classique, le travail récupéré à la turbine est fourni au compresseur, ce qui limite la dépense pour alimenter ce dernier.

1. Placer dans un diagramme (T,s), la courbe de saturation et tracer le cycle de Carnot théorique ABCD que décrirait le fluide.

2. On fixe d'abord les températures à $T_1 = 40^\circ\text{C}$ et $T_2 = -20^\circ\text{C}$. Justifier ces valeurs si la source chaude (air extérieur) est à 30°C et l'intérieur du réfrigérateur à -5°C . Cela modifie-t-il l'étude théorique ?

3. On donne le diagramme des frigoristes pour l'ammoniac. Les isentropes (notées s en $\text{kJ}\cdot\text{K}^{-1}\cdot\text{kg}^{-1}$) y sont tracées en trait plein, les isochores (notées v en $\text{m}^3\cdot\text{kg}^{-1}$) en pointillé et les isothermes apparaissent en pointillé dans la partie vapeur où elles sont différenciées, elles ne sont pas triées dans la courbe de saturation, les valeurs de températures sont en $^\circ\text{C}$ et rappelées sur la courbe saturation. Attention l'échelle des pressions est logarithmique.

Les courbes suivies par le fluide dans ses transformations seront assimilées à des portions de droite et les valeurs numériques entre deux courbes données selon interpolées linéairement.

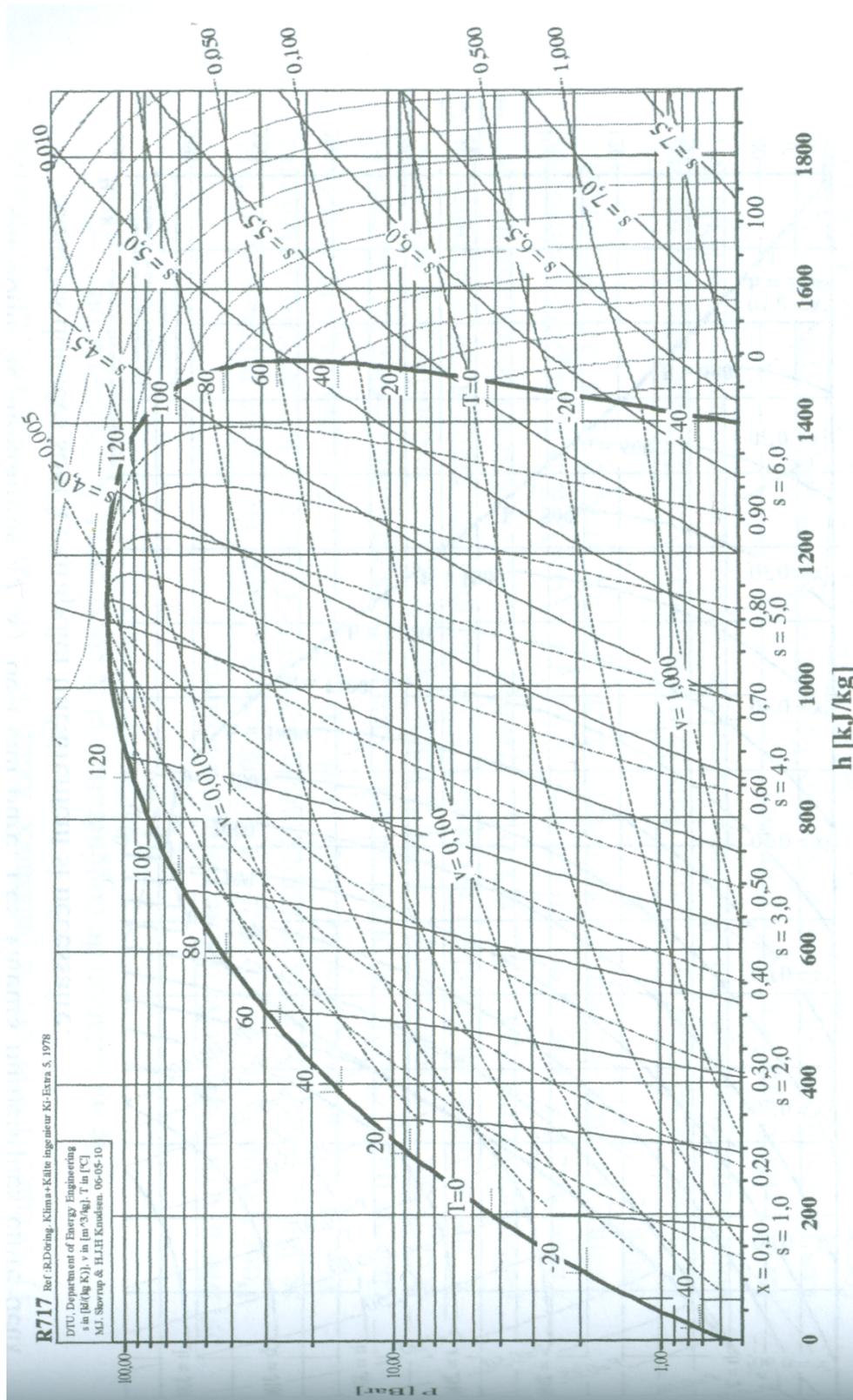
Mesurer les pressions P_1 et P_2 , puis tracer le cycle de Carnot ABCD. Calculer l'efficacité de Carnot η_C en fonction de T_1 et T_2 et commenter le résultat.

4. Dans la pratique, on n'utilise pas de turbine de détente adiabatique : elles ont un mauvais rendement en mélange liquide-vapeur, et sont complexes et chères. Bien plus simple est l'utilisation d'un détendeur calorifugé simple, sans pièce mobile. Montrer que ce détendeur est isenthalpique et tracer la nouvelle portion AB' sur le diagramme.

5. On ne comprime plus un mélange diphasé du point C au point D, ceci risquerait d'endommager le compresseur. On préfère décrire l'intégralité du palier d'évaporation à T_2 jusqu'au point C' avant de comprimer la vapeur sèche de façon adiabatique réversible jusqu'à P_1 . Tracer le nouveau cycle $AB'C'D'A$ décrit par l'ammoniac. Quelle est la température maximale atteinte, et quel problème cela peut-il poser ?

6. Sachant qu'on veut extraire $1,0\text{kW}$ thermique de la source froide, calculer le débit massique du fluide, la puissance électrique à fournir au compresseur dont le moteur électrique a un rendement $r = 0,9$, le débit volumique qu'il aspire, ainsi que la puissance thermique que doit absorber la source chaude.

Calculer l'efficacité de ce cycle réfrigérateur, peut-on la comparer à celle du cycle de Carnot ?

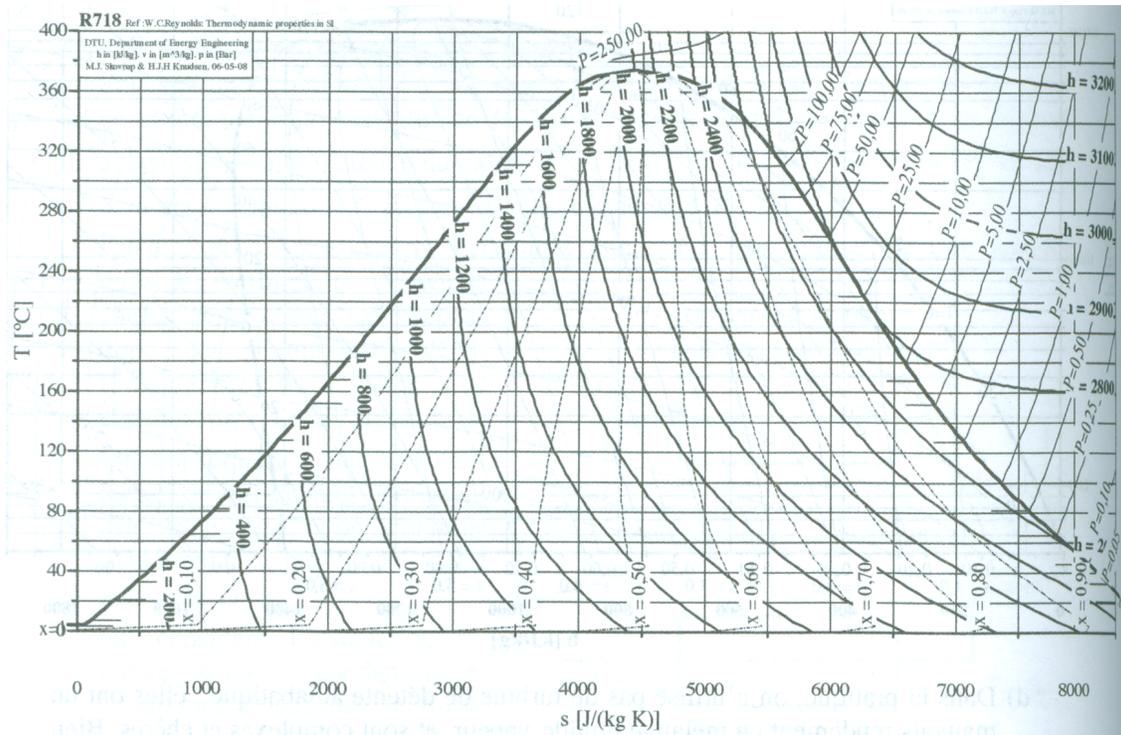


Exercice 11 ♦♦♦ : Récupération de puissance mécanique et de puissance thermique : cogénération

De la vapeur d'eau surchauffée sort d'une chaudière de centrale thermique avec un débit massique $D_m = 85\text{kg/s}$ à $P_1 = 50\text{ bar}$ et $T_1 = 360^\circ\text{C}$. On souhaite en extraire le maximum d'énergie sous forme de travail, et avec moins d'intérêt, sous forme de transfert thermique.

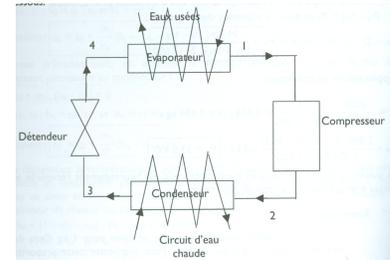
On donne le diagramme (T,s) de l'eau pure. Les valeurs numériques entre deux courbes données sont à extrapoler linéairement si nécessaire.

1. Représenter sur le diagramme le point correspondant à la vapeur au point 1.
2. On détend la vapeur dans une turbine adiabatique idéale jusqu'à la pression atmosphérique $P_2 = P_0$. Représenter le point 2 correspondant à la sortie de la turbine et trouver la température de sortie T_2 , la fraction massique de vapeur en ce point, et la puissance mécanique \mathcal{P}_{meca} fournie par la turbine. Expliquer comment il serait possible d'extraire encore plus de puissance mécanique. On n'envisage pas ce cas dans la suite. Quelles sont les causes pratiques qui interdisent d'obtenir l'intégralité de cette puissance?
3. On mesure en réalité une fraction massique de vapeur en sortie de $x'_2 = 0,95$. En déduire l'entropie massique créée dans la vapeur et la puissance mécanique extraite. Porter le point 2' correspondant sur le diagramme.
4. Quelles pistes permettrait d'améliorer cette installation en pratique?
5. Comment pourrait-on simplement récupérer de l'énergie thermique pour une installation de chauffage à 90°C à partir de la vapeur dans cet état 2'? En admettant que l'échange thermique avec ce circuit est possible assez rapidement tant que la température ne chute pas en dessous de 100°C , porter l'état 3 de sortie du fluide sur le diagramme, préciser son état physique, et calculer la puissance thermique \mathcal{P}_{th} ainsi récupérée. Quel est le débit volumique de sortie de fluide?
6. Donner finalement la puissance totale \mathcal{P}_{tot} récupérée dans cette installation de cogénération et le coefficient de cogénération $\frac{\mathcal{P}_{meca}}{\mathcal{P}_{tot}}$.



Exercice 12 ♦♦♦ : Pompe à chaleur

Ce problème propose l'étude d'une pompe à chaleur alimentant partiellement les circuits d'eau chaude d'une maison à partir de l'énergie thermique extraite des eaux usées. Un kilogramme du fluide utilisé dans la pompe décrit le cycle représenté sur la figure ci-contre.



- i.** Le fluide sort de l'évaporateur à l'état de vapeur saturante sèche, à la température T_1 , sous la pression P_1 .
- ii.** Le fluide pénètre ensuite dans le compresseur où il subit une compression adiabatique réversible. Il sort du compresseur à l'état de vapeur sèche à la température T_2 sous la pression P_2 .
- iii.** Dans le condenseur, le fluide subit un refroidissement isobare de l'état 2 à l'état 2b où apparaît la première goutte de liquide, puis une liquéfaction totale, toujours isobare. Le fluide sort du condenseur à l'état de liquide.
- iv.** Le détendeur est calorifugé et ne comporte pas de parties mobiles. Le fluide y subit une détente qui le ramène à la pression P_1 . On note 4, l'état du fluide à la sortie du détendeur.
- v.** Dans l'évaporateur le fluide subit une vaporisation totale à pression constante P_1 . Le chaleur reçue par le fluide dans l'évaporateur provient d'un circuit d'eaux usées, alors que, dans le condenseur, le fluide cède de la chaleur au circuit d'eau chaude de la maison.

Données :

$P_1 = 3,0 \text{ bar}$; $P_2 = 10,0 \text{ bar}$.

$\theta \text{ (}^\circ\text{C)}$	-27,0	-10,0	2,0	16,0	40,0	56,0
$P_{sat} \text{ (bar)}$	1,0	2,0	3,0	5,0	10,0	15,0

Etats de saturation du fluide

	$\theta \text{ (}^\circ\text{C)}$	$h_l \text{ (kJ.kg}^{-1}\text{)}$	$h_v \text{ (kJ.kg}^{-1}\text{)}$	$s_l \text{ (kJ.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}\text{)}$	$s_v \text{ (kJ.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}\text{)}$
10,0 bar	40,0	145,9	322,0		1,712
3 bar	2,0	102,2	303,3		1,730

Etat de vapeur sèche sous 10,0 bar

$\theta \text{ (}^\circ\text{C)}$	40	60	80	100
$h \text{ (kJ.kg}^{-1}\text{)}$	322,0	344,0	364,4	385,7
$s \text{ (kJ.K}^{-1}\text{.kg}^{-1}\text{)}$	1,712	1,780	1,839	1,897

1. Définir l'enthalpie de vaporisation masquée, l_v , d'un corps pur. De combien de paramètres dépend-elle ?
2. Calculer numériquement les deux enthalpies de vaporisation du fluide pour les pressions 3,0 bar et 10,0 bar. En déduire les entropies des liquides saturants à chacune de ces pressions.
3. On considère les états de vapeur sèche sous 10,0 bar. Que représente la pente d'un isobare dans le diagramme de Mollier (h,s) ? Le vérifier pour le point 60°C de l'isobare 10,0 bar, en approximant la tangente au point 60°C , par la sécante entre les points 40°C et 80°C .
4. Représenter, dans un diagramme entropique (T,s), l'allure de la courbe de saturation, l'allure des isobares 3,0 bar et 10,0 bar et les points (de 1 à 4), représentatifs de l'état du fluide au cours du cycle.
5. Préciser les états thermodynamiques des points 1 et 3 (T, P, h et s).
6. On s'intéresse au point 2. Déterminer son entropie massique, s_2 , sa température celsius, θ_2 , et son enthalpie massique, h_2 .
7. Déterminer l'état thermodynamique du point 4 (T, P, h, s ainsi que la fraction massique en vapeur, notée x_4).
8. Dans un tableau rassembler les données aux quatre points du cycle : $P, \theta \text{ (}^\circ\text{C)}, h, s$ et x_v .

Etude du compresseur :

Le compresseur volumétrique utilisé ne fonctionne pas en régime d'écoulement comme un compresseur à aubages. La compression s'y déroule en trois étapes :

- i. Le volume interne du compresseur est initialement nul, la soupape d'admission S_1 ouverte et la soupape de refoulement S_2 fermée. Le piston aspire, à P_1 et T_1 constants, une masse donnée de fluide vapeur qui occupe alors un volume V_1 .
- ii. Les deux soupapes sont alors fermées. On comprime la vapeur de façon adiabatique et réversible, jusqu'à la pression P_2 et la température T_2 , la vapeur occupant alors le volume V_2 .
- iii. S_2 est ensuite ouverte et S_1 reste fermée. Le piston refoule la vapeur à P_2 et T_2 constants. Le piston revient à sa position initiale.

9. Représenter les transformations dans le diagramme de Watt.

10. Expliciter le travail reçu par le fluide de la part du piston, dans chacune des étapes, respectivement W_{adm} , W_{comp} et W_{ref} . Montrer que le travail total, noté W_T , s'exprime comme la variation d'une fonction d'état du fluide, entre les états 1 et 2.

Calculer numériquement le travail total, w_T , pour 1kg de fluide comprimé.

11. Déterminer littéralement puis numériquement la quantité de chaleur q_c , reçue par le fluide dans le condenseur, pour 1kg de fluide circulant dans la pompe à chaleur.

12. Déterminer la quantité de chaleur, q_e , reçue par le fluide dans l'évaporateur pour 1kg de fluide circulant dans la pompe à chaleur.

13. Déterminer l'expression littérale de l'efficacité thermodynamique de cette pompe à chaleur.

Calculer sa valeur numérique. Commenter.